1

Notatki do wykładów teoretycznych

a) optyka

b) elektryczność
(elektr-magnet)

scheinung vollständig verschiedener Art als die hier behandelten, da es sich dabei gar nicht um einen Gleichgewichtszustand handelt, aber das Unabhängigkeitsgesetz der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist sowohl für den Zerfall der verschiedenen Atome wie für den Aufenthaltsort idealer Gasmoleküle gültig, und daraus resultiert die Identität dieser Formeln. Während nun Kohlrausch, Schweidler, Rutherford und Geiger, Meyer usw. die Formel (2) bei der Strahlung fester radioaktiver Stoffe genau bestätigt fanden, glaubte Svedberg nachweisen zu können, daß das Schwankungsquadrat der von einer Poloniumlösung ausgehenden Strahlung doppelt so groß ist, und dies erklärte er dadurch, daß sich hierbei zweierlei, voneinander ganz unabhängige Schwankungen superponieren: die Schwankungen des Poloniumgehalts in der obersten Flüssigkeitsschicht und die Schwankungen der Zerfallsgeschwindigkeit des Poloniums. Doch muß ich mich der Ansicht Langevins anschließen, welcher mir gegenüber gesprächsweise die Unrichtigkeit der betreffenden Wahrscheinlichkeitsbetrachtung Svedbergs behauptete. Ich glaube, daß auch in diesem Falle das normale Schweidlersche Gesetz erhalten bleiben müsse; Konzentrationsschwankungen müßten sich aber zu erkennen geben, wenn man nicht den zeitlichen Verlauf, sondern die in gleichen Volumteilen enthaltenen Gesamtzahlen radioaktiver Atome bestimmen würde.

§ 13. In diesem Zusammenhang scheint sich eine auf den ersten Blick recht verlockende

$$\sqrt{1+\frac{e^2 \nu N}{aKH\Theta}}$$

Würde es sich um einen Teil im Inneren eines Elektrolyten handeln, so wäre eine analoge Formel gültig, nur würde zum zweiten Glied des Nenners noch ein ziemlich schwierig zu berechnender Zahlenfaktor hinzutreten. Da der Faktor $\frac{e^2 N}{H\Theta}$ den Wert $5{,}5 \cdot 10^{-6}$ hat, sieht man, daß schon bei sehr verdünnten Elektrolyten die elektrostatische Wirkung die osmotische weit übertrifft, und daß der elektrische Ladungsüberschuß mit wachsender Ionenzahl ν zu einem Grenzwert von der Größenordnung $\sqrt{aK} \cdot 2 \cdot 10^{-7}$ elektrostatischen Einheiten ansteigt, welcher im günstigsten Falle vielleicht an die Empfindlichkeitsgrenze des Elsterschen Einfadenelektrometers heranreichen dürfte.

Aber selbst wenn sich die Empfindlichkeit noch beliebig [illegible] steigern ließe, glaube ich nicht, daß jene Ladungsschwankungen an direkt verbundenen elektrostatischen Meßinstrumenten nachzuweisen wären, da dann eben nur die ohnehin schon vorhandene rein mechanische Brownsche Molekularschwankung des Zeigers zum Vorschein käme.

Vielleicht ist es aber möglich, in indirekter Weise zum Ziele zu gelangen, indem man z. B. nach der Millikanschen Methode die Ladungen bestimmt, welche bei Zerstäubung einer leitenden Flüssigkeit oder eines metallischen Pulvers auf den einzelnen Tröpfchen entstehen. Nach obiger Formel würde man für Tröpfchen von einigen Mikron [illegible] positive oder negative Ladungen von mehreren Elementarquanten erhalten. Fraglich ist nur, ob es gelingt, Fehler infolge Reibungselektrizität oder kapillarelektrischer Wirkungen fernzuhalten. Abgesehen hiervon, scheint mir die Formel (11) auch überhaupt insofern interessant, indem sie zeigt, in wie hohem Grade die elektrischen Ladungen der Ionen auf die gleichmäßige Verteilung der letzteren hinwirken müssen, während die Dielektrizitätskonstante K einen entgegengesetzten Einfluß hat, und es scheinen sich da Anknüpfungspunkte an eine kinetische Theorie der elektrolytischen Dissoziation zu ergeben.

§ 14. An die Betrachtung der Inhomogenitäten der Dichte schließen sich naturgemäß analoge Überlegungen betreffs Regelmäßigkeit in der Orientierung, falls es sich um Moleküle von nicht kugelförmiger Gestalt handelt. Es scheinen hier Prof. Lehmanns flüssige Kristalle eine Anordnung in Schwärme annähernd paralleler Stäbchenmoleküle zu illustrieren, doch fehlen uns vorderhand noch leider die Grundlagen zu einer [illegible]titativen Theorie solcher Erscheinungen, [illegible] selbst die Grundfrage ist

Hauptrolle spielt, nur handelt es sich da um eigentliche Moleküle und Atome, welche nicht mehr direkt erkennbar sind.

§ 16. Nun möchte ich noch kurz zwei Anwendungen des Schwankungsprinzips erwähnen, welche sich von den bisher besprochenen dadurch unterscheiden, daß sie Deformationen fester Körper betreffen. Sie sind bisher nicht experimentell untersucht worden, und ich möchte sie der Aufmerksamkeit der Fachgenossen anempfehlen. Es handelt sich erstens um das schon früher erwähnte Beispiel eines Spiegels von minimalen Abmessungen, der an einem Torsionsfaden hängt, zweitens um die Horizontalverschiebungen des unteren Endes eines vertikal hängenden, sehr dünnen Quarzfadens.

In beiden Fällen ist die bei Verschiebung aus der Gleichgewichtslage geleistete Arbeit eine quadratische Funktion, also gilt die Formel des § 8. Der mittlere Ablenkungswinkel des gespiegelten Strahles aus der Nullage wird somit betragen:

$$\sqrt{\overline{\varphi^2}} = 2\sqrt{\frac{H\Theta}{N}\frac{2l}{Ta_4\pi}}, \tag{12}$$

was zum Beispiel bei Anwendung eines Quarzfadens von 10^{-6} cm Dicke und 1 cm Länge ca. einen halben Grad ausmachen würde.

§ 17. Die strenge Berechnung des zweiten Falles ist etwas komplizierter, da der Quarzfaden hier als kontinuierlich deformierbarer Körper auftritt und außer der Schwerkraft auch die Biegungsarbeit in Betracht kommt. Man könnte die von ihm beschriebene Kurve durch eine Fouriersche Reihe beschreiben und den mittleren Quadratwert der Verschiebung nach Formel (4) durch Integration nach den Koeffizienten berechnen, aber die Größenordnung erhält man auch so richtig, wenn man den Faden als steifen Stab auffaßt und nur die Schwerkraft berücksichtigt. Es gibt dies für die mittlere, positive oder negative Horizontalverschiebung des Fadenendes aus der Nullage:

$$\sqrt{\overline{\delta^2}} = \sqrt{\frac{H\Theta}{N}\frac{2}{a^2\pi\varrho g}}, \tag{13}$$

also für einen Quarzfaden von der vorher angenommenen Art = 0,006 mm.

Die Untersuchung dieser Mikrophänomene ist natürlich mit vielen Schwierigkeiten verbunden (radiometrische Erscheinungen, Lichtdruck, Erschütterungen), aber sie dürfte wohl ausführbar sein. Von Interesse wird dabei auch die Abhängigkeit jener Schwankungen vom Drucke des umgebenden Gases sein. Auf die Größe

Teorja Maxwella,

~~Elektronowy~~

Optyka

Równania wirowe pola magn.

Teorya Maxwella

Empirycznie poznane prawa elektrostatyki, magnetyzmu, elektromagnetyzmu elektrodynamiki, indukcyi, które analiza matematyczna wyzuła w formy wyżej wyłożone ( ) ~~tworzą~~ określają różne dziedziny zjawisk elektromagnetycznych, na pozór ~~cał~~ ~~od~~ całkiem odrębne, między któremi pierwotne prace teoretyczne nie wykryły wewnętrznego związku *). W. Weber pierwszy przystąpił usiłowania ku objęciu

*) Tak długo pojawiały się jeszcze wątpliwości czy elektr. „statyczna" jest istotnie to samo co elektr. „galwaniczna" t.zn. czy elektr. pochodząca z maszyny st. – wywiera siły elektryczne.

doświadcz

wszystkich tych dziedzin jednolitą teoryą czyli t.j. ku wykryciu prawa fundamentalnego, z którego by owe prawa wypłynęły jako specyalne przypadki. Wynikiem jego badań było prawo, według którego dwie cząstki elektr. ee' ~~dw~~ znajdujące się chwilowo w odstępie r, (a poruszające się tak że odstęp ten się zmienia z prędkością $\frac{dr}{dt}$ i z przyspieszeniem $\frac{d^2r}{dt^2}$) odpychają się siłą $\frac{ee'}{r^2}\Big[1$

*) Jako specyalny przypadek tego prawa fundamentalnego (Weber'sches Grundgesetz) istotnie wynika ~~przyjęte~~ prawo Coulomba w razie spoczynku elektryczności ($\frac{dr}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2} = 0$), a na podstawie ~~z pomocą~~ prostych ~~to~~ założeń co do ruchu elektr. w przewodnikach i nieco skomplikowanych wywodów matematycznych otrzymujemy z niego także prawo Ampera i prawa indukcyi.

[Zjawiska magnet. wymagają jeszcze przyjęcia hipotezy prądów elementarnych Amp.

W ślad za temi poszukiwaniami poszli również ale

~~Clausius~~ (Gauss Riemann, ~~Fechn~~ Neumann Clausius, Lorenz, Helmholtz) w nieco odmienny sposób argumentując doszli inni badacze) do odmiennych praw elementarnych

co wywołało długą ożywioną dyskusję co do ~~teoretycznego~~ kwestyi które z tych praw zastępujących z punktu ich teoryi i pierwszeństwa ~~tych praw~~ i co 2

do ~~spostrzeżeń~~ mnożenia ewentualnego rozstrzygających doświadczalnie ~~ich sprawdzenia~~. ~~Odtąd~~. Tymczasem Maxwell w latach (...) rozwinął 3

całkiem odmienną teoryę zjawisk elektromagn. wychodząc z całkiem odmiennego

ani żeli oni niemieccy badacze ~~stanowiska~~ punktu widzenia, mianowicie pomijając zupełnie

pojęcie actionis in distans którym tamci wszyscy operowali i sprowadzając ~~wszelkie działania~~ siły elektromagn. ~~wszystko~~

na działanie ~~sił~~ naprężeń w eterze, działających z punktu na punkt* ośrodku między przylegającymi

~~punktami~~ rozchodzących się na odległość jedynie za pośrednictwem tego ośrodka wszystko wypełniającego,

~~eteru~~ ~~podobnie jak siły~~ analogicznie do sił stosowanych w hydrodynamice i w sprężystości

Czy tych badaniach służyły Maxwellowi pewne analogie mechaniczne ~~tego~~

Jako środek heurystyczny czy jako rusztowanie pomocnicze do wybudowania teoryi

~~pewne~~ zjawisk elektromagn. z zjawiskami hydromech. itp., z których w

dalszym ciągu wyłoniły się jego pomysły co do mechanicznej struktury eteru.

Od tych pojęć pomocniczych jednak po części Maxwell sam później oczyścił swoją

teoryę, po części uczynili to Heaviside i Hertz, upraszczając równocześnie jej wyrażenie matematyczne równania sformułowanie.

W tej formie przyjęła się teorya Maxwella powszechnie jako systematyczna

teorya zjawisk elektromagn., gdy Hertzowi udało się sprawdzić ~~...~~ doświadczalnie ~~...~~ nad

istnienie ~~falami~~ elektrycznych ~~sprawdził jego~~ które przepowiadał ~~...~~ Maxwell jako

konsekwencję swej teoryi, a niewytłumaczalne na podstawie teoryi Webera i innych

niemieckich fizyków. Ponieważ także dzisiejsza teorya elektronów oparta

jest na ~~mało~~ co zmienionych równaniach Maxwella musimy się ~~...~~

zająć ich wywodem. Maxwella równania dla ciał spoczywających są zachowane

Jako zasadnicze rysy teorji Maxwella wrócić należy ~~[illegible]~~ powinien wyżej wspomniane analogji mechanicznej:

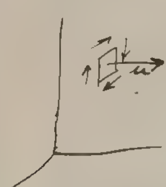
1). ~~tem że są to równania różniczkowe~~ 2). hipotezę prądów przesunięcia.

pojęcie sił elektrycznych jako actiones in contiguum

Co do pierwszego punktu zauważmy że wszystkie wyżej wymienione prawa a zwłaszcza także prawo Webera ~~[illegible]~~ ~~wyrażają~~ określają (chwilowy stan pola elektrycznego ~~[illegible]~~ w zależności od ~~stanów~~ ~~ciał~~ równoczesnych stanów (ilości e, prądu i itd.) panujących w skończonej odległości r. Wg zasady z Webera można w każdej chwili widzieć w jakiej odległości znajduje się e', z jaką prędkością zmienia się ich wzajemny odstęp itd., aby wiedzieć z jaką siłą ma ona masa e' ~~[illegible]~~ oddziaływać.

Taka forma równań zasadniczych ~~odpowiada~~ nadaje się zatem przedewszystkiem do określenia sił działających „in distans", podczas gdy do określenia sił ~~[illegible]~~ jako zależnych jedynie od (~~bezpośredniego~~ stanu pola elektrycznego w) otoczenia ~~nadaje się~~ odpowiada forma równań różniczkowych jako prawa zasadniczego. Nie jest to różnica istotna gdyż (~~każde~~ z punktu widzenia matematyki) równanie różniczkowe ~~[illegible]~~ równoważne jest z pewnemi równaniami całkowemi ~~ale różnica to w formalnem~~ ~~tylko~~ jest to rzeczą różnica formalna, ale przecież związana wypadałoby ściśle ~~[illegible]~~ z różnicą odmiennych poglądów zasadniczych na fizyczną stronę rzeczy.

1). Aby równania .. zastąpić przez równania różniczkowe zastosujemy te równania do (elementów nieskończ. małych) powierzchni. Wyobraźmy sobie że V (...) w przestrzeni panuje pewien rozkład prądu tak że składowe prądu są (w kierunku X Y Z . u v w) wtedy przez element powierzchni $\Delta y \Delta z$ przepływa prąd $u \Delta y \Delta z$



który według ( ) równa się ~~[illegible]~~ $\frac{1}{4\pi}$ pracy przez (jednostkowy biegun magnetyczny) przy okrążeniu tego elementu wykonanej (w kierunku według wskazówek zegara)

Oznaczając (składowe siły magnet. $\mathfrak{L}$ ~~przez~~ znakami LMN ~~[illegible]~~ wyrażeniami wielkości

$$Z_{(y)}\Delta z + Y_{(z+\Delta z)} - \quad = \ ..$$

lub ściślej wyrażając się:

$$\int Z_{(y)}\, dz + \int Y(z+\Delta z)\, dy - \int Z_{(y+\Delta y)}\, dz - \int Y_{(z)}\, dy = \int [Y_{(z+\Delta z)} - Y_{(z)}]\, dy - \int \ldots$$

$$= \Delta y \frac{\partial Y_{(z+\varepsilon\Delta z)}}{\partial z}$$

~~przez zastosow.~~ twierdzenia o wartości średniej $= \Delta y \Delta z \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}$

$4\pi u = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}$

$4\pi v = \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}$

$4\pi w = \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}$

Założenie Maxwella:

$u = \lambda X + \frac{K}{4\pi}\frac{\partial X}{\partial t}$

$= \lambda(X - X') + \frac{K}{4\pi}\frac{\partial X}{\partial t}$

Boltz
Rowland

~~Smaga~~ $K\frac{\partial X}{\partial t} + 4\pi\lambda(X - X') = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}$ $\Big\}$ $K\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + 4\pi\lambda(\mathfrak{E} - \mathfrak{E}') = \operatorname{curl}\mathfrak{H}$

$\mathfrak{H} = +\operatorname{curl}\mathfrak{A}$

$\operatorname{curl}\mathfrak{H} = +\operatorname{curl}^2\mathfrak{A} = \cancel{-\nabla\operatorname{div}\mathfrak{A}} + \nabla^2\mathfrak{A} = +4\pi v = \nearrow$

Oprócz tego: $W_e = \frac{1}{2}\Sigma V\varphi = \frac{1}{2}\Sigma K V^2$

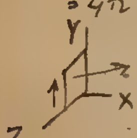
$\int V\varphi\,dv = \int K V\rho\,dv = -\frac{K}{4\pi}\int V\nabla^2 V\,dv = -\frac{K}{4\pi}\iint V\frac{\partial V}{\partial n}\,df - \frac{K}{4\pi}\int\left[\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial V}{\partial y}\right]dv$

$W_e = \int\frac{K}{8\pi}(X^2 + Y^2 + Z^2)\,dv$

$W_m = \int\frac{\mu}{8\pi}(L^2 + M^2 + N^2)\,dv$

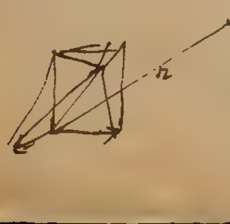
To drugie równanie także z pojęcia pracy : praca przy okrążeniu prądu J przez magnetyzm[1]

$= 4\pi J$



$4\pi u\,dy\,dz = \overset{N}{Z_0}\,dz + \overset{M}{Y_{dz}}\,dy - Z_{dy}\,dz - Y_0\,dy = \cancel{\left(\frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}\right)dy\,dz}$

$= \left(\frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y}\right)dy\,dz$



Równanie indukcyi

$$i w = -\frac{dp}{dt} \qquad p = \iint \frac{\partial N}{\partial n}\, df$$

$$= \int (F\,dx + G\,dy + H\,dz)$$

$$\int S\,\mathfrak{E}\,ds = \iint df\, S\, \mathfrak{N}\, \mathrm{curl}\, \mathfrak{E}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t}\iint df\, S\, \mathfrak{N}\, \mathfrak{f}$$

$$\int E\,ds = \int (X\,dx + Y\,dy + Z\,dz) = \iint \left[\left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right)\cos nx \ldots\right] df$$

L, M, N } magn. $\qquad X, Y, Z$ } elektr.

$$\frac{\partial L}{\partial t} = -\left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right) = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \qquad \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z}$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \qquad \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}$$

Jeśli $\mu > 1$ to podskoczy ilość linij siły w stosunku μ

$$\mu \frac{\partial L}{\partial t} =$$

$$\mu \frac{\partial M}{\partial t} =$$

$$\mu \frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t} = -\mathrm{curl}\, \mathfrak{E}$$

Równanie pola elektromagn.

$$L = -\frac{\partial W}{\partial x} \ldots = \int \frac{i\,\Delta s}{r^2}\left[\cos rz \cos sy - \cos ry \cos sz\right] = \int i \left[\frac{\partial(\frac{1}{r})}{\partial y}\,dz - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z}\,dy\right]$$

$$F = \int \frac{i\,dx}{r} \qquad G = \int \frac{i\,dy}{r} \qquad H = \int \frac{i\,dz}{r}$$

$$i\,dx = J\,ds \cos sx = u\,dv$$

$$L = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z} \qquad \frac{\partial}{\partial y}$$

$$M = \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x} \qquad \frac{\partial}{\partial x}$$

$$N = \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x} = -\frac{\partial F}{\partial x \partial z} - \frac{\partial G}{\partial y \partial z} + \frac{\partial H}{\partial x^2} + \frac{\partial H}{\partial y^2}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z}\right] + \nabla^2 H$$

$$= \nabla^2 H = -4\pi w$$

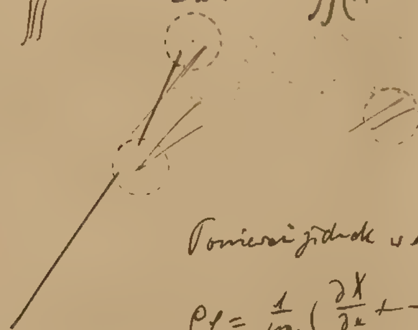
$$\frac{\partial \Pi}{\partial s} \qquad \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial(KX)}{\partial x}+\frac{\partial(KY)}{\partial y}+\frac{\partial(KZ)}{\partial z}\right]=-4\pi\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

$$=-4\pi\lambda\left[\frac{\partial X}{\partial x}\cdots\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint dv\left[\qquad\qquad\right]=0$$ jeśli stosuj. przez $\lambda=0$ eter

więc $\iiint \qquad$ const $=\iint(X\cos nx+\cdots)=4\pi e$

więc $\frac{1}{4\pi}\left[\frac{\partial(KX)}{\partial x}+\cdots\right]=\rho_v$



$$\frac{1}{4\pi}\iint(K_2X_2-K_1X_1)\cos nx\cdots=\sigma_u$$

Powierzchnie jednak w stanie $K=1$: $X=KX$ to także $4\pi e=\iiint\rho_f\,dv$

$$\rho_f=\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial X}{\partial x}+\cdots\right)$$

$\sigma_f=$

Dla magnetyzmu zawsze $\lambda=0$

więc jeśli nowa ρ_v to nigdy nie powstanie ; nie mogą nigdy zniknąć

$\iint(KX\cos nx+\cdots)\,df$ · ilość linij polaryzacyi

$\frac{de_v}{dt}=-\int(u\cos nx+\cdots)$. z tego jednakże by jakiś przepływ

~~$\frac{d\rho}{dt}=\ldots t$~~ $\qquad \frac{\partial\rho}{\partial t}=-4\pi\frac{\lambda\rho}{K}$

$\rho=\rho_0 e^{-t}$

gęstość punktowana w ciałach jednorodnych musi stale zmniejszać się do zera

Zaniedbuję tylko wielkości w otoczeniu punktu. $\frac{\partial}{\partial t} = f(x y z)$

Dla granicy wolno zastosować wzór przejścia ~~Faradaya~~

Weźmy oś X prostopadle

~~Gdyby $Y_2 - Y_1 = 0$ to~~

Jeśli wszystkie składowe stałe w warstwie

to $~~\frac{\partial Z}{\partial x}~~ ~~\frac{\partial X}{\partial z}~~ ~~\frac{\partial X}{\partial y}~~ ~~\frac{\partial Y}{\partial x}~~$ ~~skończone~~

~~zatem $Z_2 = Z_1$~~ $\frac{dL}{dt}$ skończone $~~\frac{\partial Y}{\partial z}~~ ~~\frac{\partial Z}{\partial y}~~, ~~\frac{\partial M}{\partial z}~~, ~~\frac{\partial N}{\partial y}~~$ ~~itd~~

$~~Y_2 = Y_1~~$ $~~Z_2 = Z_1~~$

$Z_2 = Z_1$ $\qquad M_2 = M_1$

$Y_2 = Y_1$ $\qquad N_2 = N_1$

Z prostopadłości

$$\int_1^2 \left(\mu \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}\right) dz \qquad \frac{d}{dt}\int L\, dz = Y_2 - Y_1 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\int Z\, dz}_{\varphi_{12}} = 0$$

skończoność φ_{12}

$$X_1 - X_2 = \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial x} \qquad \mu_1 \frac{\partial N_1}{\partial t} = \frac{\partial X_1}{\partial y} - \frac{\partial Y_1}{\partial x} \qquad \mu_1 \frac{\partial N_1}{\partial t} - \mu_2 \frac{\partial N_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y}(X_1 - X_2) - \dots$$

$$= 0$$

$$Y_1 - Y_2 = \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial y} \qquad \mu_2 \frac{\partial N_2}{\partial t} = \frac{\partial X_2}{\partial y} - \frac{\partial Y_2}{\partial x}$$

$$\mu_1 \frac{\partial N_1}{\partial t} = \mu_2 \frac{\partial N_2}{\partial t}$$

$$K_2 \frac{\partial Z_2}{\partial t} + 4\pi\lambda_2 Z_2 = K_1 \frac{\partial Z_1}{\partial t} + 4\pi\lambda_1 Z_1 \qquad \begin{array}{l} M_2 = M_1 \\ L_2 = L_1 \end{array}$$

$\int VV$;

$$\mu \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y} \qquad L \qquad\Big|\qquad K\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} - 4\pi\lambda X \qquad\Big|\qquad X$$

$$\mu \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z} \qquad M \qquad\Big|\qquad K\frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x} - 4\pi\lambda Y \qquad\Big|\qquad Y$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint W = \frac{1}{4\pi}\iiint\Big(\underbrace{L\frac{\partial Y}{\partial z} - M\frac{\partial X}{\partial z} + Y\frac{\partial L}{\partial z} - X\frac{\partial M}{\partial z}}_{+\cdots}\Big) - 4\pi\lambda(X^2+Y^2+Z^2)\,dv$$

$$= \frac{\partial}{\partial z}(LY-MX) + \frac{\partial}{\partial x}(MZ-NY) + \frac{\partial}{\partial y}(NX-LZ)$$

$$= \frac{1}{4\pi}\iint\Big[(LY-MX)\cos nz + \cdots\Big]df - \iiint \lambda\,(X^2+Y^2+Z^2)\,dv$$

więc jeśli przestrzeń taka że na powierzchni $L\ldots = 0$ zamienia się w ciepło Joulea.

to $\frac{\partial}{\partial t}W = \iiint \lambda(X^2+Y^2+Z^2)\,dv = \iiint \frac{1}{\lambda}(u^2+v^2+w^2)\,dv$

Całkowita zmiana zatem

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \iiint \frac{1}{\lambda}\ldots = \frac{1}{4\pi}\iint\Big[(MZ-NY)\cos nx + \cdots\Big]$$

$$= \iint \begin{vmatrix} \cos nx & \cos ny & \cos nz \\ X & Y & Z \\ L & M & N \end{vmatrix} = S n V \mathfrak{E}\mathfrak{H}$$

więc tak jakby gdyby przez wielkość $V\mathfrak{E}\mathfrak{H}$ energii przepływało

Poynting

nie jest to jedyne jedyny możliwe

$$\operatorname{div} V\mathfrak{A}\mathfrak{B} = \mathfrak{B}\operatorname{curl}\mathfrak{A} - \mathfrak{A}\operatorname{curl}\mathfrak{B}$$

$$K\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + 4\pi\lambda\,\mathfrak{E} = \operatorname{curl}\mathfrak{H} \qquad \frac{1}{4\pi}\iiint(\mathfrak{E}\operatorname{curl}\mathfrak{H} - \mathfrak{H}\operatorname{curl}\mathfrak{E})\,dv = \frac{1}{8\pi}\frac{\partial}{\partial t}\iiint(K\mathfrak{E}^2+\mu\mathfrak{H}^2)\,dv$$

$$\mu\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\operatorname{curl}\mathfrak{E}$$

Podział: stany statyczne, stałe ~~dyn~~ (niezmienne) dynamiczne zmienne

~~Dla~~ = stałe nie tylko względem LMN ... dla wszystkich wielkości fizycznych zatem stałe W

więc $\frac{\partial W}{\partial t} = 0$ więc $i\nu\nu = 0$: więc w przewodnikach $\mathfrak{E} = 0$

istnieją dwa niezależne systemy równań

curl $\mathfrak{E} = 0$ curl $\mathfrak{H} = 0$

Zatem $X = -\frac{\partial U}{\partial x}$ $\Delta^2 U = -4\pi \rho_f$ | Dla próżni : $\Delta \dot{\mathfrak{H}} = 0$

$Y =$

$Z =$

$\left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_2 - \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_1 = -4\pi\sigma_f$ $\quad X_1 = X_2$

bo $\frac{\partial U_1}{\partial t_1} = \frac{\partial U_2}{\partial t_2}$ ...

$\delta \Delta^2 U = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial n_1}\right) - \left(\frac{\partial U}{\partial n_2}\right)\right] = -4\pi \rho_f \cdot \delta$

$= -4\pi\sigma$

$\rho_f\, dv = e$

$\rho_f\, \delta = \frac{e}{df} = \sigma$

$U = \int \frac{e_f}{r}\, dv$

$\frac{d}{dx}\left(K \frac{dU}{dx}\right) + \dots = -4\pi \rho_w$ $= \operatorname{div}(\nabla U)$ $\quad K_1 \left(\frac{dU}{dn}\right)_1 - K_2 \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_2 = -4\pi \rho_w$

il. statyki polega więc na curl = 0 i spełnieniu warunków tylko dla tego bo istnieją przewodniki

$W = \frac{1}{8\pi}\int^{\infty} K X^2 + \dots = -\frac{1}{8\pi}\int \left(K X \frac{\partial U}{\partial x} + \dots\right) dv$

$= -\frac{1}{8\pi} \iint^{\infty} K (X U \cos nx + \dots) + \frac{1}{8\pi} \iiint^{\infty} U \underbrace{\left(\frac{\partial K X}{\partial x} + \frac{\partial K Y}{\partial y} + \dots\right)}_{4\pi\rho_w} dv$

$\overset{\shortparallel}{0}$

$= \frac{1}{2} \iiint U \rho_w = \frac{1}{2} \iiint \frac{\rho_f \cdot \rho_w}{r}\, dv\, dv$

E_1, E_2 w wielkiej odległości

$W = \frac{1}{2}\left[\frac{E_1 E_2}{r} + E_2 E_1\right]$ $\quad -\frac{\partial W}{\partial r} = +\frac{E_1 E_2}{r^2}$

$W = \frac{E_1 E_2}{r}$

Gęstość linij siły wystarczy do

$$\mu \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}$$

$$\mu \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z}$$

$$\mu \frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{1}^{2} \mu M \, dx = Z_1^2 - \frac{\partial}{\partial z} \underbrace{\int X \, dx}_{\varphi_{12}}$$

dla granicy równania musza powstać ... wszystkie $\frac{\partial}{\partial}$ wyrażenia muszą zatem skończone

nie ma tam jednak pochodnej $\frac{\partial X}{\partial x}$ więc to mogą zatem ...

$$Z_2 - Z_1 = \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial z} = 0$$ jeżeli $\varphi_{12} = \text{const}$ wzdłuż powierzchni

$$Y_2 - Y_1 = \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial y}$$

$$\mu_1 \frac{\partial \omega_1}{\partial t} = \frac{\partial Y_1}{\partial z} - \frac{\partial Z_1}{\partial y}$$

$$\mu_2 \frac{\partial \omega_2}{\partial t} = \frac{\partial Y_2}{\partial z} - \frac{\partial Z_2}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mu_1 \omega_1 - \mu_2 \omega_2) = 0$$

$Y_1 = Y_2$ $\quad M_1 = M_2$

$Z_1 = Z_2$ $\quad N_1 = N_2$

$\mu_1 \omega_1 = \mu_2 \omega_2$

$$N_2 = N_1$$

$$M_2 = M_1$$

$$k_1 \frac{\partial X_1}{\partial t} + 4\pi \lambda_1 X_1 = k_2 \frac{\partial X_2}{\partial t} + \ldots$$

$$k \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + 4\pi\lambda \mathfrak{E} = \operatorname{curl} \mathfrak{H}$$

$$\mu \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\operatorname{curl} \mathfrak{E}$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \int (\mathfrak{E} \operatorname{curl} \mathfrak{H} - \mathfrak{H} \operatorname{curl} \mathfrak{E}) \, dv - 4\pi \lambda \int \mathfrak{E}^2 \, dv$$

$$\begin{vmatrix} X & Y & Z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ L & M & N \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} L & M & N \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ X & Y & Z \end{vmatrix}$$

$$X \frac{\partial N}{\partial y} - N \frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial}$$

~~curl $\mathfrak{E}$ = 2~~

$4\pi\lambda\mathfrak{E} = \text{curl}\,\mathfrak{H}$ $\qquad \mathfrak{H} = \nabla\cancel{\psi} + \text{curl}\,\mathfrak{A}$

$= -\nabla^2\mathfrak{A}$

$\mathfrak{H} = \text{curl}\int \frac{4\pi \cancel{\quad} \,\omega}{r}$ $\qquad \iint \frac{ds\,ds''}{r}$

$= 4\pi$ $\qquad \mathfrak{H} = \text{curl}\,\mathfrak{A}$ $\qquad \mathfrak{E} = \frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial t}$

i''

i

$\iint i\,i' \frac{\cos\epsilon}{r}\,ds\,ds_2$ $\qquad \int i\,df\,\mathfrak{H}.\mathfrak{n} = \int$ $\qquad \frac{\partial W}{\partial t} = \iiint \text{curl}\,\mathfrak{A}\,.\,\underbrace{\text{curl}\,\mathfrak{E}}_{\frac{\partial\mathfrak{H}}{\partial t}}\,dv$

$\int \mathfrak{H}^2\,dv = \iiint(\text{curl}\,\mathfrak{A})^2\,dv$

~~Odpowiednio sposób~~

Otrzymujemy zatem ~~[illegible]~~ $4\pi u = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y}$

i odpowiednio względem osi YZ: $4\pi v =$

$4\pi w =$

który to system równań według symbolicznie przedstawić możemy

$$4\pi i = \mathrm{curl}\, \mathfrak{H}$$

Do tego samego rezultatu można ~~być~~ dojść (w ogólnym przypadku jakiegokolwiek dowolnego zamieniając ~~[illegible]~~ prąd ( ) według ~~ta~~ zasady Stokesa na $\int \mathfrak{H}\, ds = \iint \mathrm{curl}\, \mathfrak{H} \cdot N\, df$

i zważając że całkowity prąd $I = \int i N\, df$

W zupełnie analogiczny sposób przeistoczymy zasadę indukcji ( ) obliczając siłę elektromot. wzbudzoną w przewodniku prostokątnym $\Delta y \Delta z$ ~~przy~~ wskutek ~~zmiany~~ zmiany ~~przy~~ ilości linij siły magnet. w kierunku strzałek wewnątrz strumienia w stosunku $\frac{dp}{dt}$

~~się zmieniające~~

Ponieważ ~~wszakże~~ obecnie ~~chodzi~~ chodzi jedynie o zmianę p (z czasem zachodzącą) przy niezmiennym położeniu przewodnika,

napiszemy $\frac{\partial p}{\partial t}$ zamiast $\frac{dp}{dt}$ i zważywszy że $p = \mu L\, \Delta y \Delta z$ zatem $\frac{\partial p}{\partial t} = \mu \frac{\partial L}{\partial t} \Delta y \Delta z$

~~Sił~~ Składowe siły elektromot. $\mathfrak{E}$ ~~znajdziemy~~ wzdłuż X Y Z otrzymujemy analogicznie jak poprzednio

$$\mu \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}$$

$\mu \quad =$

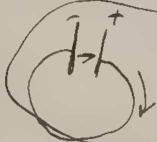
$\quad =$

co znów obejmujemy jednym wzorem

$$\mu \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\mathrm{curl}\, \mathfrak{E}$$

~~Równania~~ Równania wyżej — na tej stronie.

2). Jako ~~zasadniczych~~ jedną z zasadniczych cech teorii Maxwella wymieniliśmy powyżej hipotezę prądu 10
przesunięcia. ~~Hipoteza ta polegała tem iż~~ ~~Rozważmy~~ ~~wyciągając~~ Maxwell, (na podstawie hipotezy poglądów o nieściśliwości elektr-~~drogą której trzeba uważać~~ ności, według którego mogą istnieć tylko prądy zamknięte) tak że $\operatorname{div} J = 0$ ~~wyobrażając~~ doszedł do przypuszczenia że nie tylko t. zw. prądy galwaniczne, przebiegające w przewodnikach zamkniętym (według prawa Ohma, ~~wytwarzają~~ wytwarzają w otoczeniu ~~siły~~ pole magnetyczne lecz ~~że~~ że podobny ~~tak~~ skutek musi występować w otoczeniu dielektrykum gdy natężenie pola elektrycznego się zmienia czasowo.



$$i = -\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{f}{4\pi} K \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{V_1 - V_2}{\delta}\right) = -\frac{fK}{4\pi c^2}\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}$$

Wyobraźmy sobie (rozbrojenie) (płaskiego) kondensatora (z zadania ( ) itd. ~~rozbrojony przez przewodnik~~

Prąd biegnący po przewodniku w kierunku strzałki byłby

wychodząc z założenia że prąd musi być zamknięty

Maxwell (przyjmuje się także w ~~dielektrycznym izolatorze~~ dielektrykum ~~wypełniającym kondensator~~ odległości okładki

(w kierunku strzałki)

kondensatora istnienie prądu wielkości $\frac{K}{4\pi}\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}$ na cm² przekroju, który nazywa prądem przesunięcia; który ~~ty~~ takie same skutki (magn.) ma wywierać jak prąd galwaniczny tak że system powyższy tak by działał jak przewodnik zamknięty prądem i okrężony.

[Interpretacja z punktu widzenia teorii Clausiusa - Mosottiego]

Także w ~~złych~~ przewodnikach Maxwell dopuszcza możliwość istnienia takiego prądu przesunięcia, który by się superponował ponad prądy galwaniczne.

Wogólności zatem prąd i składa się według Maxwella z dwóch części: prądu przesunięcia: $i = \frac{K}{4\pi}\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}$ ~~i prądu~~ Ohma) + $\lambda \mathfrak{E}$ więc ogólnie mamy zamiast równania ( ):

$$\frac{K}{4\pi c^2}\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\lambda \mathfrak{E} = \operatorname{curl} \mathfrak{H}$$

ważność tylko dla ...
Zastrzeżenie: dla dielektr. anizotrop. (wyjątki!)

~~Tak~~ Zauważyć należy że tutaj stała dielektr. musi być wyrażona w jednostkach elektrostatycznych jeśli inne wielkości ~~tylko~~ niemi wyrażamy zatem $\frac{K}{c^2}$

to samo już w zadaniu o rozbrojeniu kondensatora.

~~2) Sposób~~ ~~widzenia~~ W ~~przypadkach~~ Twierdz ~~wszyj wymienionych~~

Siły magnet. tych prądów przesunięcia w przypadkach w praktyce urzeczywistnionych
mogą być tylko
~~są~~ nadzwyczajnie małe [obliczyć w zadaniu pod założeniem

dlatego ~~to~~ nie da się tej hypotezy Maxwella jeszcze stwierdzić za pomocą bezpośrednich

doświadczeń [Próby Whiteheada] ale pośredni dowód

jej słuszności jest doświadczalne stwierdzenie wniosków z niej wyprowadzonych

co do istnienia fal elektr. por. § ..

3). ~~Doprawdy~~ Oprócz równań ; wprowadzając tych (wiedział) podwójny wzajemny

wielkości ~~magnetycznych~~ elektrycznych (i). Maxwell wprowadza ~~jeszcze~~ do swej teorji jeszcze

równanie dla energji pola elektr. ( ) ( ) ~~...~~, (nie) służy ono do

obliczenia sił ponderomot. mechanicznych . pod ~~założeniem że praca podczas prze...~~ przy użyciu systemu elektronego

~~.....~~ $T = \frac{K}{8\pi c^2}\iiint \qquad + \iiint$

Wobec dotychczasowych resultatów wiemy jego zgodność z doświadcz. w zasięgu elektro.

i magnet. indukcj., słuszność zastosow. jego do ~~elektr.~~ pola pochodzącego

wyłącznie od prądów elektr. zostanie później udowodn. sb.

4). Dla ~~.....~~ miejsc gdzie równowaga w środku się styka są przypr. należy ~~.....~~ wspólnie w fizyce uważaną hypotezę ciągłości przyjąć z której wynikają warunki graniczne (;) wyższego
~~Dla łatwiejszego zrozumienia podobnego tutaj~~ wywodu równań Maxw. nie należy

o ...i uważać za dowód, gdyż zawiera założenia hypotetyczne; elementy podobnego tutaj dla

łatwiejszego zrozumienia, zresztą trzeba słuszność przyznać Hertzowi, który powiada

że jedynym dowodem tu ich słuszności jest zgodność ~~.....~~ wyników z nich

wyprowadzonych z prawami doświadczalnemi.

W myśl tej zasady przejdziemy obecnie do zbadania zanalizowania i sprawdzenia wniosków z tych równań wynikających
co nam da sposobność do użycia

Co do samych równań zauważymy przedewszystkiem) 2) zupełną ich symetryę w razie izolatorów ($\lambda=0$), pociągającą za sobą analogię zjawisk elektr. i magn., na którą szczególnie Heaviside kładzie nacisk. Różnica zasadnicza tych zjawisk okazuje się tylko w tem że istnieją przewodniki elektryczne a nie ma ~~przewodników~~ „przewodnictwa magnetycznego", i w związku z tem ~~a skutkiem tego~~ istnieją prawdziwe ładunki elektr. ale nie prawdziwe ładunki magnetyczne.

1). ich kształt ~~odpowiadający~~ mający tę wspólną cechę z równ. hydrod., sprężystości, przewodn. ciepła i t.d.

~~z tych~~ że ogólnie równaniami „pól fizycznych" że ~~wyrażają~~ określają sposób jak pewne wielkości (lewo strona $\frac{\partial}{\partial t}$) z czasem się zmienią w każdym punkcie zależnie od ~~skutek pewy~~ danego rozkładu miejscowego pewnych wielkości w otoczeniu tego punktu.

~~Z ...~~ Pojęcie „prawdziwego ładunku" wynika z zastosowania operacyi div do równania I, co daje wobec ~~powstania prąd. całkowity~~

div $C=0$ to znaczy że prąd całkowity jest zawsze rozłożony „solenoidalnie"

() czyli $\frac{1}{4\pi}\frac{\partial\, \mathrm{div}\, \mathfrak{D}}{\partial t} = +\,\mathrm{div}\, i$

a więc, ~~wedle znaczenia fizycznego~~ ponieważ div i znaczy nadmiar prądu wypływającego ~~...~~ ponad wpływający (str. ...), wyrażenie $\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{-\mathrm{div}\,\mathfrak{D}}{4\pi}\right)$ oznacza ubytek elektryczności wpływającej podczas 1 sec, zatem $-\frac{\mathrm{div}\,\mathfrak{D}}{4\pi} = -\frac{K\,\mathrm{div}\,\mathfrak{E}}{4\pi} = \rho_w$ rzeczywisty chwilowy nabój elektr. zawarty w jedności ~~..~~ objętości czyli gęstość takiego ρ_w

Podstawiając prawo Ohma $i=\lambda\mathfrak{E}$ otrzymałoby się z ( ) :

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = -4\pi\lambda\rho_w$$ a przez całkowanie $$\rho_w = \rho_{w0}\, e^{-\frac{4\pi\lambda}{K}t}$$

czyli (rozpłynięcie) (zanikanie wszystkich nabojów przestrzennych w razie spoczynku wskutek przewodnictwa naturalnego.

W rzeczywistości ~~występuje również wskutek~~ mogą ~~się~~ ~~tkwić~~ (powstać) tworzyć ładunki ~~przestrzenne~~ powierzchniowe 1). ~~wskutek~~ w razie ruchów systemu nie objętych temi równaniami 2). w razie ~~istnienia sił~~ zjawisk elektrochemicznych i (elektr. termic. itp.) termoelektr. które również wychodzą poza obręb tych równań.

Pojęcie ładunku powierzchniowego wynika jako pojęcie graniczne przez całkowanie sumowanie całego ładunku przestrzennego w nieskończ. cienkiej warstwie granicznej utrzymując definicję $\rho_w = \operatorname{div}\mathfrak{D} = \operatorname{div} K\mathfrak{E}$ także w warstwach przejściowych między dwoma środkami (przekrój str.

$$\sigma = \frac{1}{dS}\int \rho_w\, dv = \frac{dS}{4\pi}\int \frac{\partial(\mathfrak{D}_n)}{\partial n}\, dn = (\mathfrak{D}_{1n} + \mathfrak{D}_{2n}) = K_1\mathfrak{E}_{1n} + K_2\mathfrak{E}_{2n}$$

co będzie różne od zera w razie jeśli wektor $\mathfrak{D}$ doznaje nagłej zmiany w ciągłości przy przejściu przez

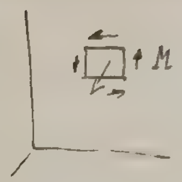
W tym wywodzie już użyto implicite założenia (a zatem też siły itd.) że styczne składowe polaryzacji dielektr. są ~~jednakowe~~ z obu stron powierzchni granicznej. Wynika to z zasady ciągłości przejścia ... :

~~Zakładając że te równania także w warstwach przejściowych gdzie K i λ są zmienne ważne pozostają, oraz że żadne z ... kątowych ... przez element powierzchni dS ... krawędzi ... wektor ... nie jest nieskończona ... zwróciwszy je do powierzchni ... w ... której brzegi są~~

Dalej: Obliczamy wartość całki $\int \mathfrak{E}\, ds$ dla drogi zamkniętej, złożonej z dwóch krzywych nieskończenie blisko siebie wzdłuż powierzchni granicznej przebiegających, co według Stokesa str.

$\int \mathfrak{E}\, ds = \iint \operatorname{curl}\mathfrak{E}\, dS =$ Gdyby n.p. w pewnym kierunku styczne $\mathfrak{E}_{1t}$ $\mathfrak{E}_{2t}$ były różne, to praca ($\int \mathfrak{E}\, ds$ wykonana przy chodzeniu dla drogi skończonej przebiegającej) wzdłuż powierzchni w jednym środku i z powrotem w nieskończ. małej odległości w drugim środku, musiałaby być różna od zera, podczas gdy w rzeczywistości z twierdzenia Stokesa wynika że ta całka

$= \int \operatorname{curl}\mathfrak{E}\, dS$ musi być $=0$, gdyż cała powierzchnia taśmy ~~paska~~ w ten sposób utworzonej:



$$4\pi w \, dx dy = (M' - M)\, dy - (L' - L)\, dx$$

$$\left\{\begin{aligned} 4\pi w &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y} \\ 4\pi u &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} \\ 4\pi v &= \end{aligned}\right\} \quad 4\pi \mathfrak{I} = \overset{\text{rot}}{\cancel{\text{curl}}}\ \mathfrak{H}$$

Albo także $\quad \mathfrak{H} = \text{rot}\ \mathfrak{A} \qquad \mathfrak{A} = \text{pot}\ c$

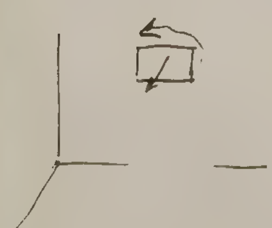
$$\text{rot}\ \mathfrak{H} = \text{rot}^2 \mathfrak{A} = \nabla \operatorname{div} - \nabla^2 \mathfrak{A} = -\nabla^2 \mathfrak{A} = 4\pi \mathfrak{I}$$

[Można zawsze tak urządzić żeby $\operatorname{div} \mathfrak{A} = 0$ bo można zawsze znaleźć takie $U = \int \frac{\nabla^2 U}{r}$
którego curl $U = 0$]

$e = -\frac{dp}{dt} \qquad p =$ liczba linij

$= -\frac{d}{dt} \int \mu\, H_n\, df$

dodatnie te które wypadają na stronę pt. dodatnią
widzianą obiegiem zgodnie
z wskazówką zegara



$$(Y' - Y)\, dy - (X' - X)\, dx = -\mu \frac{\partial N}{\partial t} dx dy$$

$$\left.\begin{aligned} -\mu \frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y} \\ &\vdots \end{aligned}\right\} \quad \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\text{curl}\ \mathfrak{E}$$

jeżeli

$$\frac{4\pi J}{c} = \text{rot}\ \mathfrak{H}$$

Albo także: $\quad \int \mathfrak{E}\, ds = -\frac{\partial}{\partial t} \int (\mathfrak{H} N)\, dS = \int (\text{curl}\ \mathfrak{E} \cdot N)\, dS$

$$\text{curl}\ \mathfrak{E} = -\mu \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}$$

$4\pi J = \mathrm{curl}\, \mathcal{J}$

$\mathrm{div}\, J = 0$

$$J = K \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + 4\pi\lambda \mathfrak{E}$$

$\mathrm{div}\, K\mathfrak{E} = \rho_u \cdot 4\pi$

$\boxed{K\, \mathrm{div}\, \mathfrak{E} = \rho_u \cdot 4\pi}$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\mathrm{div}\, K \mathfrak{E}\right) = - 4\pi\lambda\, \mathrm{div}\, \mathfrak{E}$$

$$\frac{\partial \rho_u}{\partial t} = - \frac{4\pi\lambda}{K} \rho_u$$

$$4\pi \sigma_u = \lim \frac{1}{dS} \int^{dS} \rho_u\, dv = \frac{1}{dS} \int^{dS} \mathrm{div}\, K\mathfrak{E}\, dv = K_1 \mathfrak{E}_{1n} + K_2 \mathfrak{E}_{2n}$$

równania wciąż takie w razie zmiennych K λ zatem

stycznie składowe ciągłe

normalne mogą być nieciągłe

$$\begin{vmatrix} X & Y & Z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ L & M & N \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} L & M & N \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ X & Y & Z \end{vmatrix} \overset{*}{=} \frac{\partial}{\partial x} \begin{vmatrix} Y & Z \\ M & N \end{vmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \begin{vmatrix} Z & X \\ N & L \end{vmatrix}$$

$$\cancel{Y \frac{\partial N}{\partial x}} \qquad X \frac{\partial N}{\partial y} + N \frac{\partial X}{\partial y}$$

$\int dS$ jest nieskończ. mała, a curl $\mathfrak{E}$ według (II) wszędzie musi mieć skończoną wartość 15

jeśli dla $\mathfrak{H}$ dopuszczamy tylko skończone wartości jako możliwe fizycznej wielkości)

W taki sam sposób wynika z równania (I) ciągłość ~~stycz~~ składowych stycznych siły magnet. i indukcji.

~~Więc ...~~ Nie można jednak udowodnić ~~takim~~ sposobem iżby także składowe normalne odpowiednie $\mathfrak{E}_n$ $\mathfrak{H}_n$ musiały być równe z obu stron — i w ogólności one nie będą jednakowe. ~~...~~

Obliczymy przedewszystkiem jeszcze czasową zmienność energii całkowitej $\iiint W dv$ zawartej w pewnym obrębie przestrzeni: Mamy z

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint W\, dv = \frac{1}{8\pi}\iiint \left[K \mathfrak{E}\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \mu \mathfrak{H}\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}\right] dv$$ a według I II:

$$= \iiint \left[\mathfrak{E}\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{H} - \mathfrak{H}\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{E} - \lambda \mathfrak{E}^2\right] dv$$

Pierwsze dwa składniki całki ~~według wzoru ( )~~ można połączyć zapomocą twierdzenia

$$\mathfrak{A}\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{B} - \mathfrak{B}\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{A} = -\,\mathrm{div}\,[\mathfrak{A}\mathfrak{B}]$$, które łatwo udowodnić przez rozwinięcie ~~obu stron według składowych~~, ~~Jak w. składowe~~ symbolów

$$\begin{vmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix}$$

co z jednej i drugiej strony daje $= A_1\left(\frac{\partial B_3}{\partial y} - \frac{\partial B_2}{\partial z}\right) + \dots$

$$- B_1\left(\frac{\partial A_3}{\partial y} - \frac{\partial A_2}{\partial z}\right) + \dots$$

Przy pomocy twierdzenia Gaussa — czy też posługując się za przemiennością symbolu div str. ( ) otrzymujemy zatem

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\iiint \lambda \mathfrak{E}^2\, dv - \iint [\mathfrak{H}\mathfrak{E}]\, dS$$

~~Wzajemny składnik~~

*) źródłami energii są w. j. oporu ... które jak wyn... z tego rozpatrywania zaraz wynikają

Energia zawarta w obrębie danym zmienia ~~zmniejsza~~ się zatem z dwóch powodów: część ~~zamienia się w energię~~ zużywa się wskutek przewodnictwa materyału i ~~jest~~ jest to ta część która występuje jako ~~to~~ (ciepło Joulea $i\xi^2$ na cm^3 objętości, ~~a oprócz tego wskutek~~ część energii zaś ~~zmienia~~ ubywa lub przybywa tak jak gdyby w ~~każdym punkcie~~ przez powierzchnię obszaru ~~istniał prąd energii o natężeniu [ ]~~ przepływała ilość $[\mathfrak{H}\mathfrak{E}]$ energii przepływała przez każdy cm^2 powierzchni obrębu badanego.

Poynting na tej podstawie przyjął że energia w polu elektromagn. płynie ~~jak substancya płynna~~ w kierunku normalnym do kierunków ~~pol~~ siły elektrycznej i magnetycznej a natężenie prądu określone jest iloczynem $HE\sin(\mathfrak{E}\mathfrak{H})$. ~~Według tego np.~~

~~Wyobraźmy sobie np. drut prostolinijny~~ ~~albo lepiej drut stanowiący jakiś kabel, w otoczeniu innych~~

W otoczeniu drutu (przez który przepływa prąd elektryczny ~~energii~~ linie siły magnet. są ~~oddalonego od wszelkich innych ciał~~) kołami współśrodkowemi normalnemi do osi drutu, ~~a powierzchnia~~ ~~siła elektryczna~~ Mech. 363 ~~jest mniej więcej prostopadła do powierzchni drutu~~ [~~powierzchni prądu~~ wskutek jednostajnego [~~wskutek istnienia~~ ładunku na powierzchni drutu] w związku z istnieniem ~~spada prostopadle wzdłuż osi drutu~~

podczas gdy wewnątrz drutu siła elektr. jest równoległa do osi drutu.

Prąd energii (w otaczającym dielektrycznym ~~jest~~ płynie zatem) wzdłuż drutu, nieco ku niemu zbieżnie, przekraczając powierzchnię drutu wpływa (normalnie do ~~...~~) wnętrza i tam

zamienia się w ciepło Joulea.

Trzeba zaznaczyć, że wniosek Poyntinga ~~nie~~ jest poniekąd hypotetyczny (z równem prawem) gdyż ~~...~~ do wyrażenia $\nabla\mathfrak{E}\mathfrak{H}$ możnaby (dodać różne takie składniki ~~których ...~~ któreby znikały przy całkowaniu ~~nie zmieniły wartości całki~~ ( ) dla powierzchni zamkniętej [por. ...] ale ~~jest to~~ między temi możliwemi Poynting przyjął jest ~~...~~ najprostsze ~~możliwe~~ ~~i zgadzające się~~ zgadzające się z ~~...~~ (~~teoryą elektronów~~) ~~promieniowaniem~~ z istnieniami

a przy (do czego często okazji się bardzo przydatne (w tych dalekich i pew...)) musi być

~~do którego~~ obliczenia zmian energii danego obszaru — ~~przy czem~~ wynik zawsze ~~będzie~~ ścisły.

w razie niezmiennego stanu pola elektr.

Najprostsze zjawiska otrzymamy jeśli energ. W całej przestrzeni zawarta się nie zmienia. Robiąc założenie że mamy do czynienia tylko z stacyjonarnym polem fizycznem t.zn. że J, E muszą być niezal. także jak E w niezal. wydobywamy się od danych elektr. w ( ). Aby energia ~~będzie zatem~~ pozostała ~~niezmienna~~ niezmienną, siła elektr. E musi ~~zatem~~ być zero we wszystkich przewodnikach, czyli nie mogą istnieć prądy galwaniczne. To znaczy jeśli $\frac{dY}{dt} = \frac{dY}{dt} = 0$

II). Daje równanie $\operatorname{curl} E = 0$ ~~[illegible]~~ div... etc...

z czego wynika według ( ) że E ~~jest siłą potencyalną~~ posiada potencyał skalarny : $E = -\nabla U$

czyli $U = \int \frac{\operatorname{div} E}{4\pi r} dv$ co w razie jeśli przestrzeń ~~[illegible]~~ dielektrikum o stałej K równa się $U = \int \frac{\rho \omega}{K r} dv$

zatem potencyał odpowiadający siłom Newtonowskim

(prawo Coulomba wypływa też zatem jako uwarunkowanego równaniem ...)

~~Ale zastosowanie energii do~~

Rozróżniamy wtedy dwa przypadki:

I). Energia nie zostaje rozproszona ~~na~~ w skutek wytwarzania ciepła Joula — co wymaga aby we wszystkich przewodnikach siła elektr. była zero. Wynika zatem tak samo dla wnętrza przewodników jak i izolatorów nie posiadających ładunków przestrzennych $\nabla^2 U = 0$

4). ~~[illegible]~~ równanie Laplace'a ~~potencyalu elektrostatycznego~~ z którego w połączeniu z pojęciem gęstości σ i z warunkami granicznymi ( ) określa rozkład elektr. i potencyału w ten sam sposób jak to w § — przedstawiono. Siły mechaniczne doznawane przez ciała ~~[illegible]~~ w polu elektrost. się znajdujące wypływają z zasady energii podobnie jak w § ...

także wynik z pojęcia E ...

Zupełnie analogicznie curl $\mathfrak{H}=0$ tworzy magnetyzm (tylko że nie ma magnetyzmu Podobnie dla siły elektr.) $\mathfrak{V}$

II). W razie trwałych prądów elektr. (pozostaje) wszędzie równanie $\nabla^2 U=0$ tylko warunki graniczne się zmieniają § gdyż powierzchnia konduktora nie musi być pow. ekwipotencjalną.

Siły magnetyczne są określone równaniem curl $\mathfrak{H} = 4\pi J$ które przy zastosowaniu operacji curl dają wektor.:

$$\text{curl}^2 \mathfrak{H} = \nabla \,\text{div}\, \mathfrak{H} - \nabla^2 \mathfrak{H} = 4\pi\, \text{curl}\, J$$

Ponieważ wektor Maxwella nie ma wszystkiego magnetyzmu t. zn. div $\mathfrak{B}=0$, więc także (w obrębie ciał o stałym μ) div $\mathfrak{H}=0$ i powyższe równanie rozpada się zatem na trzy składowe $\nabla^2 L = 4\pi\left(\frac{\partial J_2}{\partial y} - \frac{\partial J_3}{\partial z}\right)$ i.t.d.

a przez całkowanie na zasadzie teorii potencjału otrzymuje się

$$L = \int \frac{\nabla^2 L}{4\pi r}\, d\tau = \frac{\partial}{\partial y}\int \frac{J_2}{r}\, d\tau - \frac{\partial}{\partial z}\int \frac{J_3}{r}$$

wraz z odpowiedniemi równaniami o M i N, które znów wszystkie połączyć można w jeden symbol: $\mathfrak{H} = -\text{curl}\,\mathfrak{A}$

$$\mathfrak{A} = \int \frac{J}{r}\, d\tau \,, \quad \text{(potencjał wektorowy)}$$

element nachylenia $\alpha\,\beta\,\gamma$

W razie prądów przepływających przez druty o przekroju q, ~~wielkości stałej~~ otrzymuje się składowe wielkości $J_1 d\tau = J\cos\alpha\; q\, ds = i\cos\alpha\, ds = i\, dx$ i.t.d. i odnajduje się tym sposobem wzory wyprowadzone w §

z których znów odwrotną drogą jak tam można dojść do prawa Biot Savarta dla elementów przewodnika liniowego (   ) || także bezpośrednio?

Siły mechaniczne wywierane przez jedne prądy na drugie wynikają z zasady energii

Zastrzeżenia co do ferromagnetyzmu

Rozważmy tylko energię magnetyczną

$$W_m = \int \mathfrak{H}^2 dv = -\int \mathfrak{H} \operatorname{curl} \mathfrak{A}\, dv$$

co analogicznie jak w   na mocy prawa div $V\mathfrak{A}\mathfrak{H} = \mathfrak{A} \operatorname{curl} \mathfrak{H} - \mathfrak{H} \operatorname{curl} \mathfrak{A}$

i prawa Gaussa przekształcamy w

$$W_m = -\int V\mathfrak{A}\mathfrak{H}\, dS + \int \mathfrak{A} \operatorname{curl} \mathfrak{H}\, dv$$

Pierwsza całka znika jeśli powierzchnię S odsuniemy do nieskończoności t.j. jeśli obejmiemy energię całej do przestrzeni, a druga wskutek zasadniczego równania I przechodzi w

$$W_m = \int \mathfrak{A} \mathfrak{J}\, dv = \int \frac{J_1 J_2}{r} dv_1 dv_2$$

co w razie drutów prądów liniowych wskutek $J_1 J_2 dv_1 dv_2 = i_1 i_2 ds_1 ds_2 \cos$

~~...~~ się zamienia na $M i_1 i_2$

części odnoszące się do własnych przewodów przy pomocy podobnej argumentacji jak w §

wyrażają się na $L_1 \frac{i_1^2}{2}$, $L_2 \frac{i_2^2}{2}$ tak że odnajdujemy znów dokładnie wzór ( )

~~III). Jest rzeczą uwagi godną że obecnie nie ma miejsca dla teorii wytężonego magnetyzmu, gdyż u Maxwella nie ma magnesów nieprzewodzących, więc pole powstaje jedynie wskutek działania prądów elektr.~~

III). Przejdźmy do stanów powoli zmiennych czyli „quasi stationäre Zustände" t.j. tak ~~...~~ powoli zmiennych że czynnik $K \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}$ można zupełnie pominąć wobec innych wielkości w równaniu I.

Siły ~~elektryczne~~ magnetyczne wtedy w każdej chwili będą rozłożone według tych samych zasad co w przypadku II, ale co do sił elektr. występują zmiany gdyż mamy

[14] 20

$\mathrm{curl}\, \mathfrak{E} = -\frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t}$

więc siła $\mathfrak{E}$ ~~nie jest już~~ oprócz części potencyalnej [skalarnej] posiada też części wektorowo potencyalną.

~~Jeżeli~~ Wprowadzając $\mathfrak{Z} = \mu \mathfrak{H} = \mu\, \mathrm{curl}\, \mathfrak{A}$

otrzymujemy zatem ogólnie $\mathfrak{E} = \nabla U + \mu \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t}$

Obliczając ~~siłę~~ całkowitą siłę elektromot. indukowaną w przewodniku zamkniętym:

$$\int \mathfrak{E}\, ds = \int \mathrm{curl}\, \mathfrak{E}\, d\sigma = -\int \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t}\, dS = -\frac{\partial}{\partial t}\int \mathfrak{Z}\, d\sigma$$

dochodzimy do ogólnej zasady indukcyi według której wielkość owej siły równa się

ubytkowi ilości liniij siły $\int \mathfrak{Z}\, d\sigma$ $\int$

[Tymczasem udowodniliśmy ją wprawdzie tylko dla ~~indukcyi pochodzącej od zmiany~~ ~~pola~~ przewodników nieruchomych, gdyż tylko do tych się stosuje równania Maxw. w formie]

Przechodzimy do przypadku [w stanie pola] zmian tak szybkich że czynnik $K \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}$ wchodzi w rachubę – i to są właśnie dziedziny zjawisk ~~przez~~ [w których się okazuje wyższość teoryi] Maxwella ~~nad~~ ponad teoryą Webera i.t.p. Zajmiemy się najprzód specyalnym przypadkiem że substancya znajdująca się w polu jest izolatorem, więc:

$$K \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \mathrm{curl}\, \mathfrak{H}$$

$$\mu \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\mathrm{curl}\, \mathfrak{E}$$

Różniczkując pierwsze równanie względem czasu, a ~~operując symbolem curl do drugiego~~ [lub w współrzędnych prostokątnych:] podstawiając ~~drugie~~ $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}$ z drugiego równania otrzymujemy

$$K \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} = \operatorname{curl} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \operatorname{curl} \operatorname{curl} \mathfrak{E}$$ czyli ~~zważywszy na~~ uwzględniając regułę (i warunek div $\mathfrak{E} = 0$

$$= -\frac{1}{\mu}\left(\nabla \operatorname{div} - \nabla^2 \mathfrak{E}\right)$$

$$\cancel{K} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu K} \nabla^2 \mathfrak{E} = c^2 \nabla^2 \mathfrak{E}$$

Lub rozpisując składowe (oznaczając dla krótkości $\frac{1}{\mu K} = c^2$:

$$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} =$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} =$$

Zupełnie identyczną formę równania otrzymuje się dla $\mathfrak{H}$ zapomocą ~~[illegible]~~ różniczkowania I względem t, a podstawienia II (lub wprost z powodu symetryi)

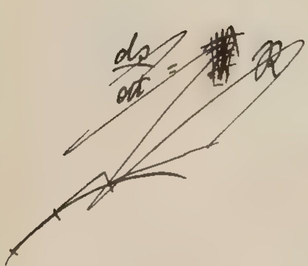
$$\frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \mathfrak{H}$$

~~$v = \frac{dv}{dt}$~~

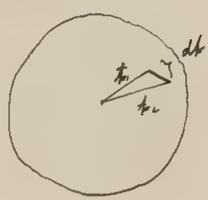
Vector kierunku stycznej:

$$t = \frac{dv}{ds} \qquad (\text{Tensor } t = 1$$

$$\frac{d^2v}{ds^2} = \frac{dt}{ds}$$ położony w płaszczyźnie ściśle stycznej $\perp$ na s



~~$\frac{ds}{dt} = R$~~



Tensor $dt = d\varphi$

$$\text{Tensor}\left(\frac{dt}{ds}\right) = \frac{d\varphi}{ds} = \frac{1}{R}$$

$$\frac{d^2v}{ds^2} = \frac{1}{R}\cdot UR =$$

$$v = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds}\,\frac{ds}{dt} = v\,\frac{dv}{ds} = v\cdot t$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dt}\cdot t + \cancel{v\,\frac{d^2v}{ds^2}}\; v\,\underbrace{\frac{dt}{dt}}_{= \frac{dt}{ds}\cdot\frac{ds}{dt}} = \frac{v^2}{R}\cdot U(R)$$

Zależność od czasu $\frac{d}{dt}$

od miejsca w przestrzeni $\nabla = i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z}$

Pochodnych według wektorów nie możemy tworzyć bo nie określiliśmy wcale znaczenia ilorazu, ale także nie potrzeba tego w praktyce, bo powyższa operacja to zastępuje.

Co otrzymujemy zastosując to do funkcji skalarnej n.p. $U(xyz)$

$$\nabla U = i\frac{\partial U}{\partial x} + j\frac{\partial U}{\partial y} + k\frac{\partial U}{\partial z} = -(iX + jY + kZ) = -\mathfrak{P}$$

[w ogóle otrzymujemy vektor ~~…~~ w kierunku największej zmienności, oznaczający tę zmienność.

Jakie znaczenie?

$$d\mathfrak{r} = i\,dx + j\,dy + k\,dz$$

$$S.d\mathfrak{r}.\nabla U = \frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy + \frac{\partial U}{\partial z}dz = dU$$

Więc jeżeli sobie wykreślamy kierunki ~~gdzie~~ dla tych że $dU=0$ to ~~…~~ widzimy że ∇U prostopadłe do nich. Więc kierunek zmiany najprędszej.

Jeżeli $U =$ ~~potencjał~~ praca (energia potencjalna) to $\nabla U =$ siła $=$

Do Vektorów tylko

$S\nabla\mathfrak{a} = \mathrm{div}\,\mathfrak{a}$ $\qquad V\nabla\mathfrak{a} = \mathrm{curl}\,\mathfrak{a}$

N.p. ~~div v~~

$\mathfrak{a} = a_1 i + a_2 j + a_3 k$ $\qquad a_{1,2,3} = f_{1,2,3}(xyz)$

$$\mathrm{div}\,\mathfrak{a} = \frac{\partial a_1}{\partial x} + \frac{\partial a_2}{\partial y} + \frac{\partial a_3}{\partial z}$$

$$\text{N.p. } \mathrm{div}\,\mathfrak{v} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

hydrodynamiczne uzmysłowienie objętości źródła

$$V\nabla\mathfrak{a} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix}$$

mechaniczne uzmysłowienie:

$$\mathfrak{v} = \mathfrak{v}_0 + V\omega\mathfrak{r}$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \begin{vmatrix} \omega_2 & \omega_3 \\ x_2 & x_3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} \omega_3 & \omega_1 \\ x_3 & x_1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} \omega_1 & \omega_2 \\ x_1 & x_2 \end{vmatrix} \end{vmatrix} = 2\omega$$

tak samo w ciele jeżeli cząstki sobie wykonują nieskończenie prędki obrót

$$V\nabla\mathfrak{r} = 0$$

~~div~~ $\quad \operatorname{div} r = 3 \quad \operatorname{div} \operatorname{curl} = 0$

Dwa razy

$\cancel{\operatorname{curl} \nabla \mathfrak{A}}$ $\operatorname{curl} \nabla U = 0$

$$\operatorname{div} \nabla U = \nabla^2 U = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \dots$$

$$\operatorname{div} \operatorname{curl} \mathfrak{A} = 0$$

$$\operatorname{curl} \operatorname{curl} \mathfrak{A} = i \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A_2}{\partial x} - \frac{\partial A_1}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial A_1}{\partial z} - \frac{\partial A_3}{\partial x} \right) \right\} + \dots$$

$$= i \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_1}{\partial x} + \frac{\partial A_2}{\partial y} + \frac{\partial A_3}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial z^2} \right) \right] + \dots$$

$$= \nabla \operatorname{div} \mathfrak{A} - \nabla^2 \mathfrak{A}$$

Całki: $\quad \mathcal{J}^2 =$

$dl \qquad \cancel{\int} \int_{P_1}^{P_2} S \mathfrak{A} \, dl =$ całka liniowa

Jeśli wartość niezależna od kształtu drogi to całka zamknięta $= 0$ $\qquad V = -U$

$$\mathcal{J}_1^2 = V_2 - V_1 = U_1 - U_2$$

$$d\mathfrak{A} = i\, dA_1 + j\, dA_2 + k\, dA_3 \qquad \mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 + d\mathfrak{A}$$

$$\begin{array}{ccc} i & j & k \\ \operatorname{curl}_1 & \operatorname{curl}_2 & \operatorname{curl}_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_1 & A_2 & A_3 \end{array}$$

dla wszystkich

$$\mathfrak{A}_1 = \frac{1}{2} \left[\mathfrak{A}_0 + \left[\nabla S \mathfrak{A} r + V (\operatorname{curl} \mathfrak{A} \cdot r) \right] \right]$$

$$i \left[\frac{\partial}{\partial x} (A_1 r_1 + A_2 r_2 + A_3 r_3) + \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial A_1}{\partial z} - \frac{\partial A_3}{\partial x} & \frac{\partial A_2}{\partial x} - \frac{\partial A_1}{\partial y} \\ r_2 & r_3 \end{array} \right] \right.$$

$$= i \left[A_{01} + A_1 + r_1 \frac{\partial A_1}{\partial x} + r_2 \frac{\partial A_2}{\partial x} + r_3 \frac{\partial A_3}{\partial x} + r_3 \left(\frac{\partial A_1}{\partial z} - \frac{\partial A_3}{\partial x} \right) - r_2 \left(\frac{\partial A_2}{\partial x} - \frac{\partial A_1}{\partial y} \right) \right.$$

$$= i \left[A_{01} + A_1 + r_1 \frac{\partial A_1}{\partial x} + r_2 \frac{\partial A_1}{\partial y} + r_3 \frac{\partial A_1}{\partial z} \right] = i \left[A_{01} + A_1 + dA_1 \right] = 2 i A_1$$

Całka liniowa $\square$

$$J_{\circlearrowleft} = \frac{1}{2}\int_{\circlearrowleft}\underbrace{\left[\frac{1}{2}S\left[\mathfrak{A}_0 + V\,\mathfrak{A}r\right.\right.}_{=0}\left.+ V\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{A}.r\right]dr$$

$$= \frac{1}{2}\int S\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{A}\;V\,r\,dr$$

Średnia wartość $\mathrm{curl}\,\mathfrak{A} = \mathfrak{Z}$ $\quad = \mathfrak{Z}\;\frac{1}{2}\int V\,r\,dr = df\,S\,\mathfrak{Z}\,N$

Tak samo ogólnie $\quad J = \cancel{\int S\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{A}.\,N}\;\underbrace{\int S\,N\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{A}.\,df}_{\text{całka powierzchniowa}}$

$$\int_{\circlearrowleft}\mathfrak{A}\,dr$$

Nad powierzchnią zamkniętą $=0$

Twierdzenie Stokesa

Pisząc za pomocą składowych:

$$\int a_1\,dx + a_2\,dy + a_3\,dz = \int\left[\cos nx.\left(\frac{\partial a_3}{\partial y} - \frac{\partial a_2}{\partial z}\right) + \dots\right]df$$

Przestrzeń wydzielamy w elementy

i otrzymujemy: $\int S\,N\,\mathfrak{A}.\,df = \Sigma\,S\,N\,\mathfrak{A}\,df = \int \mathrm{div}\,\mathfrak{A}.\,dv$

Jeżeli niewirowy ... $\mathrm{div}\,\mathfrak{A}=0$ $\quad$ to $\int S\,N\,\mathfrak{A}.\,df = 0$ nad powierzchnią zamkniętą

N.p. jeżeli $\mathfrak{A} = \mathrm{curl}\,\mathfrak{Z}$ $\quad \int S\,N\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{Z}.\,df = 0$

Rozkład potencyalny

} Δ funkcya jednowartościowa nic osobliwa

Jeśli $\int \mathfrak{A} ds = U_1 - U_2$ skończone wartości niezależnie od drogi $\int \mathfrak{A} ds = dU$

$\mathfrak{A} = \nabla U$ ~~$\int \mathfrak{A} ds$~~ $\iint \mathfrak{A}_n \, df = \iiint dv \, \mathrm{div}\, \mathfrak{A} = \iiint dv \cdot \nabla^2 U$

przedstawione przez linie $\mathfrak{A}$ nie ma linii zamkniętych, [Oprócz specyalny przypadek gdzie $\mathfrak{A}$ stoi jest 0]

$\mathrm{div}\, \mathfrak{A} = \nabla^2 U$

~~$U = \int \frac{\nabla^2 U}{4\pi r} dv$~~

$d\mathfrak{A} = \frac{\mathrm{div}\,\mathfrak{A}}{4\pi r^3} dv \cdot r$ | div $= \int$

$\mathfrak{A} = \int \frac{\mathrm{div}\,\mathfrak{A} \cdot dv}{4\pi r^3} r$

Czy można odwrotnie wypowiedzieć coś co do funkcyi U?

Rozwiązanie jednoznaczne możliwe jeśli dane wszędzie $\mathrm{div}\, \mathfrak{A} = \nabla^2 U$

i jeśli dane wartości U albo ∇U na powierzchni

Bo wiemy że $\nabla^2 B = 0$
$B = 0$ na powierzchni } wtedy $B = 0$ wszędzie

Dowód? ~~[illegible]~~

~~jedno $\iiint \nabla U dv$~~

Bo linie $\mathfrak{A}$ albo przechodzące albo kończące się

niemożliwe z powodu pow. — niemożliwe z powodu ∇^2

~~Jeśli dla stacyonary:~~

~~$U = \int \frac{\nabla^2 U}{4\pi r} dv + A$~~

Może jednak istnieć funkcya A taka że: $\nabla^2 A = 0$

A przepisane wartości na powierzchni

~~że można zawsze znaleźć~~

dla dowolnych

że zawsze istnieje taka funkcya A wypowiada Twierdzenie Dirichleta

---

W ogólnym wypadku ~~stacyonarny~~ gdzie $\nabla^2 U = f(xyz)$

$\mathfrak{A}$ przepisane wartości

stawiamy $U = \int \frac{f(xyz)}{4\pi r} dv + A$ gdzie A = funkcya rodzaju przedtem omawianego

Ta funkcya będzie zawsze czynić zadość równaniu $\nabla^2 U = f(xyz)$

Do: $\nabla^2 A = 0$ $\qquad -\frac{\nabla^2 U}{4\pi} = \rho$

$$\nabla^2 \int \frac{f(xyz)}{4\pi r} dv \qquad \nabla^2 \int \frac{\rho\, dv}{r} = \text{div}\, \nabla \int \rho \frac{dv}{r}$$

$$= \nabla^2 \int_i \rho \frac{dv}{r} + \underbrace{\nabla^2 \int_e \rho \frac{dv}{r}}_{=0}$$ bo $\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right) = 0$

$\|$

$$= \text{div}\, \underbrace{\nabla \int \rho \frac{dv}{r}}_{} = -\frac{1}{dv} \int \frac{\rho\, dv}{R^2} 4\pi R^2 = -4\pi\rho$$

można wyciągać $= \int \frac{\rho\, dv}{R}$ $\qquad \nabla\left(\frac{1}{R}\right) = -\frac{R}{R^2}$

bo na mocy małe elementy: $\qquad \text{div}\, \mathfrak{A} = \frac{1}{dv} \int \mathfrak{A}_n\, df$

więc $\nabla^2 \int \frac{f(xyz)}{4\pi r} dv = -4\pi\rho = + \nabla^2 U = f(xyz)$

Spór tego jeśli przyjmujemy twierdzenie Dirichleta musi się dać obrać A w ten sposób iż takie warunki powierzchniowe spełnione. Więc będzie to rozwiązanie.

Gdyby istniało także jeszcze drugie U' to musi ono być takie $\nabla^2 U' = f(xyz)$

zatem $\qquad \nabla^2(U - U') = 0$

i $\qquad \nabla(U - U') = 0$ na powierzchni

zatem $U - U' = 0 \qquad U = U'$

Rozkład wirowy

~~$\int \mathfrak{A} ds$ zależna od kształtu drogi; $\int_{\sigma} = \iint df . \mathfrak{S}. N \operatorname{curl} \mathfrak{A}$~~

~~graniczając się teraz do elementów nieskończenie małych: $\int_{\sigma} \mathfrak{S} \mathfrak{A} ds = df \cdot \operatorname{curl} \mathfrak{A}$.~~

~~prostopadłych do kierunku curla~~

~~Twierdzę że wtedy $\mathfrak{A} = \operatorname{curl} \mathfrak{L} + \nabla \mathfrak{A}$~~

~~i że $\mathfrak{A}$ można wyznaczyć jeśli dana wartość $\operatorname{curl} \mathfrak{A}$ a prócz tego~~

~~mianowicie: $\mathfrak{A} = \operatorname{curl} \frac{1}{4\pi} \int \frac{\operatorname{curl} \mathfrak{A}}{r} dv +$~~

Jeśli $\mathfrak{A} = \operatorname{curl} \mathfrak{L} =$

$$\int \mathfrak{S} \mathfrak{A} ds = \iint df . \mathfrak{S}. N \operatorname{curl} \mathfrak{A} = \iint df\, \mathfrak{S}. N \operatorname{curl}^2 \mathfrak{L}$$

Twierdzę że $\mathfrak{A}$ całkiem oznaczone jeśli dane wszędzie $\operatorname{curl} \mathfrak{A}$ i wartości $\mathfrak{A}$ na powierzchni:

Mianowicie że: $\mathfrak{A} = \operatorname{curl} \int \frac{\operatorname{curl} \mathfrak{A}}{4\pi r} dv + \nabla A$

~~Jeśli się operuje curl: Itd. to się rozkłada w 3 składowe~~

~~$\operatorname{curl} \mathfrak{A} = \operatorname{curl}^2 \int \ldots = \nabla \operatorname{div} \int \; - \nabla^2 \int$~~

wyrażenia tego rodzaju $\mathfrak{Y} = \int \frac{\operatorname{curl} \mathfrak{A}}{r} dv$ nazywamy potencjałem wektorowym

Twierdzimy że $\operatorname{div} \mathfrak{Y} = 0$:

$$\frac{\partial}{\partial x} \int \frac{\left(\frac{\partial a_3}{\partial y} - \frac{\partial a_2}{\partial z}\right)}{r} dv + \frac{\partial}{\partial y} \int \frac{\frac{\partial a_1}{\partial z} - \frac{\partial a_3}{\partial x}}{r} dv + \frac{\partial}{\partial z} \int \frac{\frac{\partial a_2}{\partial x} - \frac{\partial a_1}{\partial y}}{r} dv$$

Rozkład wirowy v $\qquad$ linia zamknięta $\int$ zależna od drogi $\qquad \int_\sigma = \iint$ curl v

Jak możemy utworzyć coś podobnego?

Jeśli mamy funkcję skalarową U

to tylko jedna operacja możliwa ∇U, tak otrzymujemy jednak rozkład potencjalny

więc będzie trzeba wyjść z funkcji wektorowej. div nie, bo = skalarne

więc chyba curl

~~$v =$ curl $\mathfrak{L}$~~

$v =$ curl $\mathfrak{A}$ $\qquad$ | jeśli v dane, to $\mathfrak{A}$ naturalnie jeszcze będzie w pewnym stopniu dowolne, bo stała całkowania

można dodać $\mathfrak{A}_0$ gdzie curl $\mathfrak{A}_0 = 0$ $\qquad$ n. p. $\mathfrak{A}_0 = \nabla$ potencjał

więc tam div $\mathfrak{A}$ dowolne wartości

najprościej rozwiązanie jeśli ~~także~~ div $\mathfrak{A} = 0$

przez te warunki (i wartości na powierzchni) $\mathfrak{A}$ będzie oznaczone bo gdyby było inne rozwiązanie, to

$v =$ curl $\mathfrak{L}$ $\qquad$ div $\mathfrak{L} = 0$

to $0 =$ curl $(\mathfrak{A} - \mathfrak{L})$ $\qquad$ div $(\mathfrak{A} - \mathfrak{L}) = 0$ $\qquad$ $(\mathfrak{A} - \mathfrak{L})$ na powierzchni $= 0$

$\mathfrak{A}$ nazywamy potencjałem wektorowym

div $v = 0$

$$\underbrace{\text{curl}\, v}_{w} = \text{curl}^2 \mathfrak{A} = \nabla \,\text{div}\, \mathfrak{A} - \nabla^2 \mathfrak{A} = -\nabla^2 \mathfrak{A}$$

$$-w_1 = \nabla^2 A_1 \qquad A_1 = \int \frac{w_1}{4\pi r}\, dv$$
$$-w_2 = \nabla^2 A_2 \qquad A_2 = \int \frac{w_2}{\dots}$$
$$-w_3 = \nabla^2 A_3 \qquad A_3 = \int \dots$$

$$\mathfrak{A} = \int \frac{w}{4\pi r}\, dv = \int \frac{\text{curl}\, v}{4\pi r}\, dv$$

W specjalnym przypadku jeśli tylko jedna linia wirowa $\qquad dv = i\, ds$

$\mathfrak{A} = \int \dots$

Slw edw.

Ogólnie można rozłożyć

$$\mathfrak{Z} = X + Y$$
$$= \nabla U + \operatorname{curl} \mathfrak{W}$$

$\operatorname{div} Z = \nabla^2 U$ $\qquad$ $\operatorname{curl} Z = \operatorname{curl}^2 \mathfrak{W}$

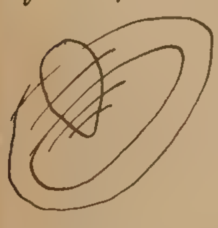
etc. $$\mathfrak{A} = \underbrace{\nabla \int \frac{\operatorname{div} \mathfrak{A}}{4\pi r}\, dv}_{\text{w tem już określona funkcja } A} + \operatorname{curl} \int \frac{\operatorname{curl} \mathfrak{A}}{4\pi r}\, dv$$

i $\nabla^2 A = 0$ etc.

Jeżeli całkowanie nad całą przestrzeń nieskończ., a $\mathfrak{A}$ nie sięga do nieskończ. wtedy $A=0$

bo linie albo początki i końce albo zamknięte

Jeżeli jednak ~~przez~~ kawał przestrzeni gdzie nie ma ani końców ani $\odot$



to albo A $\quad \nabla^2 A = 0$

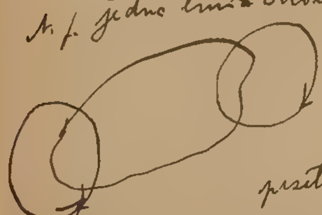
albo $\quad \nabla^2 U$

albo $\quad \operatorname{curl} \int$

więc tam można $\mathfrak{A}$ wyrazić z ~~...~~ jako $\mathfrak{A} = \nabla A$ mimo że w ośrodku pustym wszystek wirów

W ogóle i w miejscach gdzie nie ma curlu, także pole wirowe można wyrazić za pomocą potencjału

n. p. jedna linia wirowa



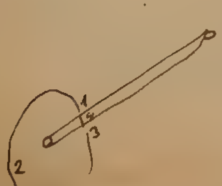
Wartość każdej z tych całek $\int \mathfrak{v}\, ds = \iint \operatorname{curl} \mathfrak{A}.\, n.\, df$

= takasama = ~~...~~ i

=

przestrzenny twór system źródeł i upływów

powierzchniowy (Doppelschicht)



to całka $2\int_1^3 + 4\int_3^1 = 0$ $\qquad$ więc jeżeli q gęstość, h = grubość

$$q h = 2\int_1^3 = i$$

można zastąpić jedno przez drugie $\qquad \mathfrak{A} = \nabla W$

[illegible] :

[illegible] 4, [illegible] ([illegible])

[illegible]

$r^2 = (y-\eta)^2 + (x-\xi)^2 + \ldots$ 27

$\operatorname{curl} \mathfrak{H} = 4\pi J$ $\qquad$ $\mathfrak{H} = \operatorname{curl} \mathfrak{A}$

$\mathfrak{A} = \int \frac{J}{r} d\omega$

$F = \int i \frac{dx}{r} \qquad G = \qquad H =$

$L = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z} = \int i \left(\frac{\eta - y}{r^3} dz - \frac{\zeta - z}{r^3} dy \right) = \int \frac{i\, ds}{r^2} (\cos ry \cos sz - \cos rz \cos sy)$

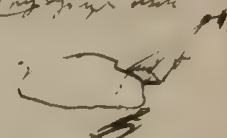
$M =$

$N =$

$\mathfrak{H} = \sum \frac{i}{r^2} \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\xi - x}{r} & \ldots & \ldots \\ dx & & \end{vmatrix} = \sum \frac{i}{r^3} V \mathfrak{r}\, ds$

$d\mathfrak{H} = \frac{i}{r^2} V R\, ds = \frac{i}{r^3} V \mathfrak{r}\, ds$

Ale także zastąpić prawo ziemi i kołem magnetycznym ...



$S \mathfrak{u} \mathfrak{H} = i \int \frac{S \mathfrak{u}}{r^3} V \mathfrak{r}\, ds = i \int \frac{S\, ds\, V \mathfrak{u} \mathfrak{r}}{r^3} = i\, d\omega = i \Delta\omega$

~~...~~ $= 3\,\mathrm{Vol} = 3\pi\omega\, r^2 \cdot \frac{r}{3}$

$\mathfrak{H} = \nabla i \omega$

Reakcya na prąd

$\mathfrak{f} = -\sum \frac{m\, i}{r^2} V R\, ds = - i\, V \sum \frac{m R}{r^2} ds = - i\, V \mathfrak{H}\, ds$ $\qquad$ Pierwszy kierunek

Energia masy magnetycznej a prądu: $\quad m\, i\, \omega = m\, i \int \frac{dF \cos nr}{r^2} = m\, i \int \frac{dF\, S\, \mathfrak{n} \mathfrak{r}}{r^2}$

$\Sigma\, m\, \mathfrak{u} = i \int S\, \mathfrak{H}\, \mathfrak{n}\, dF = \ldots$

jeśli pochodzi od prądów: $\quad = i \int S\, \mathfrak{n} \operatorname{curl} \mathfrak{A}\, dF = i \int S \mathfrak{A}\, ds$

$= i_1 i_2 \iint \frac{ds_1\, ds_2}{r}$

$$G = i\int \frac{dy}{r}\,dw = i\int \int \frac{i\,dy}{\cancel{\sqrt{a^2+y^2}}} \; l\left(y + \sqrt{a^2+y^2}\right)\Big|_0^\infty$$

$$= l\,r$$

$$2\pi r \cdot \varphi = 4\pi\, i^2 r\, J$$

$$\varphi = \frac{2\pi r}{\cancel{\pi}} J$$

$$G = \pi r^2 J = \pi i\,(x^2+y^2)$$

$$L = -2\pi i z$$

$$M = 2\pi i x$$

$$\sqrt{L^2+M^2} = 2\pi i\, r$$

$$\frac{\partial L}{\partial z} = -2\pi i \qquad \frac{\partial M}{\partial x} = 2\pi i$$

zatím nám musí být

$$L = \frac{\partial U}{\partial x} \qquad M = \frac{\partial U}{\partial z}$$

$$\frac{1}{2}\int_0^{2\pi} \frac{r\,d\varphi\,dr \cdot \log(r^2+e^2+2er\cos\varphi)}{\cancel{\sqrt{r^2+e^2+2er\cos\varphi}}}$$

$$\int a \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda} - \frac{z(\sin\alpha - \sin\beta)}{\lambda}\right) \cos\alpha \, dz$$

$$= \frac{a \cos\alpha}{\frac{2\pi}{\lambda}(\sin\alpha - \sin\beta)} \left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda} - \frac{b(\sin\alpha - \sin\beta)}{\lambda}\right) - \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

$$= -\frac{a \cos\alpha}{\frac{2\pi}{\lambda}(\sin\alpha - \sin\beta)} \; 2 \sin\Big[\underbrace{2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) - \frac{b(\sin\alpha - \sin\beta)}{\lambda}\pi}\Big] \sin \frac{b(\sin\alpha - \sin\beta)}{\lambda}\pi$$

$\alpha = 0$:

$$= -\frac{a\lambda}{\pi \sin\beta} \sin\varphi \, \sin\left(\frac{b \sin\beta\, \pi}{\lambda}\right)$$

$$\sin\varphi + \sin(\varphi - \gamma) + \cdots \sin(\varphi - m\gamma) = A \sin(\varphi + \varepsilon) \qquad A^2 = 4\,\frac{\sin^2 \frac{m\gamma}{2}}{\sin^2 \frac{\gamma}{2}}$$

$$J = a^2 \left(\frac{\sin \frac{b \sin\beta\, \pi}{\lambda}}{\frac{b\pi \sin\beta}{\lambda}}\right)^2 \left(\frac{\sin \frac{m e \sin\beta\, \pi}{\lambda}}{\sin \frac{e \sin\beta\, \pi}{\lambda}}\right)^2$$

$$\frac{\sin mx}{x} \qquad \lim_{x=0} \quad m$$

$$\frac{m \cos mx}{x} - \frac{\sin mx}{x^2} = 0$$

$\operatorname{tg} mx = mx$

$mx = \frac{3\pi}{2}$

$$\frac{\sin \frac{3\pi}{2}}{\frac{3\pi}{2}} = -\frac{2}{3\pi}$$

$1+x+x^2\ldots = \frac{1}{1-x}$

$x = re^{i\varphi}$ $\qquad = \frac{1-r\cos\varphi}{1-2r\cos\varphi+r^2}$

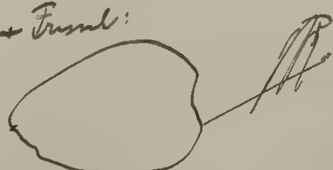
$\sin\varepsilon$ | $1+r\cos\varphi+r^2\cos2\varphi\ldots = R\,\frac{1}{1-r\cos\varphi-ri\sin\varphi}$ $\qquad \frac{1-r\cos\varphi+ir\sin\varphi}{(1-r\cos\varphi)^2+r^2\sin^2\varphi}$

$\cos\varepsilon$ | $r\sin\varphi+\ldots = J$

$= \frac{r\sin\varphi}{1-2r\cos\varphi+r^2}$

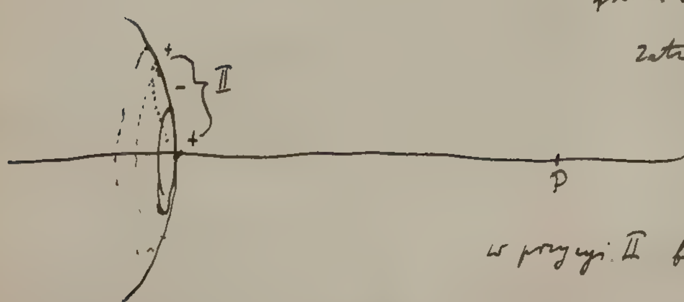
$$\sin\varphi + r\sin(\varphi+\varepsilon)+\ldots = \frac{\sin\varphi(1-r\cos\varepsilon)+r\cos\varphi\sin\varepsilon}{1-2r\cos\varepsilon+r^2} = \frac{\sin\varphi+r\sin(\varepsilon-\varphi)}{1-2r\cos\varepsilon+r^2}$$

Huyghens + Fresnel:



$$f(t) = \int f\left(t-\frac{r}{c}\right)\cdot\frac{f_1(nr)}{r}\,dS$$

w szczególności $4\pi f(t) = \int\left\{\frac{\partial}{\partial n}\left[\frac{f(t-\frac{r}{c})}{r}\right]\cos nr - \frac{1}{r}\,\frac{\partial f(t-\frac{r}{c})}{\partial n}\right\}dS$



Ekran o wielkości otworu sfery I strefa

zatem 4 krotna jasność w P

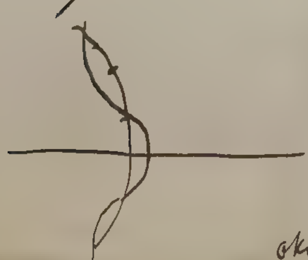
Jako przykład przyjmij lub pozwól półkoliste...

zamiast tego możemy pracować ekran

w przypadku II będzie się zawsze zmieniać wszystko + −

więc minimum −

więc obraz interferencyjny

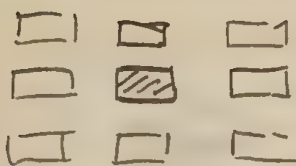


i Ft.

~~$\frac{\lambda}{2}$ ...~~ $\alpha = \frac{\lambda/2}{r}$

dokładniej $\alpha = 0{,}61\,\frac{\lambda}{r}$ Teleskop!

Okulary $r = 2\,\mathrm{mm}$ $\quad \lambda' = \frac{\lambda}{1{,}4}$ $\quad \alpha = 0'42'$



$$2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} a\, d\varphi \cos\varphi \cdot 2a\cos\varphi \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{\tau}-\frac{x}{\lambda}\right) - 2\pi\frac{a\sin\varphi\cdot\cos\beta}{\lambda}\right)$$

$$4a^2\, d\varphi \sin\alpha.$$

$$\cos^2 x \cdot \sin\sin x\, dx$$

$$J = \left[\int \cos^2 x \sin\sin x\, dx\right]^2 + \left[\int \cos^2 x \cos\sin x\, dx\right]^2$$

$\sin x = z$
$\cos x\, dx = dz$

$$\left[\int_{-1}^{+1} \frac{\sin^\alpha z\, dz}{\sqrt{1-z^2}}\right]^2 + \left[\int \frac{\cos^\alpha z\, dz}{\sqrt{1-z^2}}\right]^2$$

Interf. [illegible] ⊥ pol.

$$\xi = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \qquad = a \sin\varphi$$

$$\eta = b \sin\left(\frac{2\pi}{T}t \cdot - \cdot + \delta\right) = b\sin(\vartheta+\delta) = b\cos\vartheta\sin\delta + b\sin\vartheta\cos\delta$$

$$\xi + i\eta = \rho e^{i\varphi} = a\left[\sin\vartheta + i\sin(\vartheta+\delta)\right]$$

$$= \frac{a}{2}\left[e^{i\vartheta} - e^{-i\vartheta} + i\left[e^{i(\vartheta+\delta)} - e^{-i(\vartheta+\delta)}\right]\right]$$

$$\xi - i\eta =$$

$$\xi^2+\eta^2 = \rho^2 = a^2\left[\sin^2\vartheta - \sin^2(\vartheta+\delta)\right]$$

$$\sin^2\vartheta - (\sin^2\vartheta\cos^2\delta + \cos^2\vartheta\sin^2\delta + 2\sin\vartheta\cos\vartheta\cos\delta\sin\delta$$

$$\cos^2\vartheta\sin^2\delta$$

$\sin^2\delta$ etc.

$$\xi = (a+i\alpha)\cos\vartheta = a\cos\vartheta + i\,a\sin\vartheta \qquad = a\sin\vartheta + \alpha\cos\vartheta$$

$$= A\sin(\vartheta+\varepsilon)$$

$$a = A\cos\varepsilon \qquad \tan\varepsilon = \frac{\alpha}{a} \qquad A \cdot \sqrt{\cos^2}$$

$$\alpha = A\sin\varepsilon$$

$\xi^2+\eta^2 =$

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$$

$$\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{-\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta}{+} = \frac{\cos\alpha - i\sqrt{\sin^2\alpha - n^2}}{+}$$

$$\frac{\tan(\alpha-\beta)}{\tan(\alpha+\beta)} = \frac{\sin 2\beta - \sin 2\alpha}{+} = \frac{i\sin\alpha\sqrt{\sin^2\alpha - n^2} - n^2\sin\alpha\cos\alpha}{+}$$

$$\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{\overbrace{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha+n^2}^{1+n^2-2\sin^2\alpha} - 2i\cos\alpha\sqrt{\sin^2\alpha-n^2}}{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha-n^2}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha_p}{\alpha_s} = \frac{-\sin^2\alpha(\sin^2\alpha-n^2)+n^4\sin^2\alpha\cos^2\alpha-2i\,n^2\sin^2\alpha\cos\alpha\sqrt{\sin^2\alpha-n^2}}{-\sin^2\alpha(\sin^2\alpha-n^2)-n^4\sin^2\alpha\cos^2\alpha}$$

$$a^2+\alpha^2 = \frac{\overbrace{\cancel{\quad}}^{(1+n^2)^2-4(1+n^2)\sin^2\alpha+4\sin^4\alpha} + 4(\sin^2\alpha-n^2)(1-\sin^2\alpha)}{1-n^2}$$

$$= (1+n^2)^2-4\sin^2\alpha-4n^2\sin^2\alpha+\cancel{4\sin^4\alpha}+4\sin^2\alpha-4n^2-$$
$$-4\sin^4\alpha+4n^2\sin^2\alpha$$

$$= \frac{1-2n^2+n^4}{(1-n^2)^2} = 1$$

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{\operatorname{tg}\varepsilon_1-\operatorname{tg}\varepsilon_2}{1+\operatorname{tg}\varepsilon_1\operatorname{tg}\varepsilon_2} = \frac{\frac{\alpha}{a}-\frac{\beta}{b}}{1+\frac{\alpha\beta}{ab}} = \frac{\alpha b-\beta a}{\alpha\beta+ab}$$

$$\cos\varepsilon_1 = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\alpha^2}{a^2}}} = a$$

$$\sin\varepsilon_1 = \frac{\frac{\alpha}{a}}{\sqrt{\quad}} = \alpha$$

$$\cancel{\operatorname{tg}^2\frac{\varepsilon}{2} = \frac{1-\cos\varepsilon}{1+\cos\varepsilon} = \frac{1-ab+\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}}{1+ab-\sqrt{\quad}} =}$$

$$\cos\varepsilon = ab+\alpha\beta$$

$$= \frac{\sin^2\alpha(1+n^2)-2\sin^4\alpha-n^2}{\sin^2\alpha(1+n^2)-n^2}$$

vzniká rozdíl fází

místo ○ vzniká ellipsa [illegible]

rovna s rozdílem fází $= \frac{\pi}{2}$

$$\frac{\eta}{b} - \frac{1}{a}\xi\cos\delta = \sin\vartheta\sin\delta$$

$$\frac{\xi}{a}\sin\delta = \cos\vartheta\sin\delta$$

$$\frac{\eta^2}{b^2} - 2\frac{\eta\xi\cos\delta}{ab} + \frac{\xi^2}{a^2} = \sin^2\delta$$

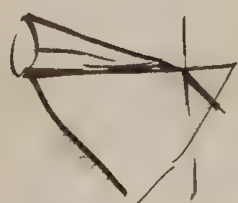
koło jeżeli $\delta = \pm\frac{\pi}{2}$ $a = b$

Δ dla szkła $n = 1{\cdot}51$
$= \frac{\pi}{4}$ przy $\alpha = 48^\circ 37$ lub $54^\circ 37'$

Jeśli dwa parallep. ustawimy razem ∥ ale w kierunku ⊥ do pierwszego idzie

II Albo [illegible] w [illegible] [illegible] [illegible] -

III ~~[illegible]~~ wpadania stycznego



$\sin \beta_g = \frac{1}{n}$

IV [illegible]

$\sin \alpha_2 = n_0 \sqrt{1 - \left(\frac{1}{n}\right)^2}$

$\left(\frac{1}{n}\right)^2 = 1 - \frac{\sin \alpha_2}{n_0}$

$n = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\sin \alpha}{n_0}}} = \sqrt{\frac{n_0}{n}}$ -

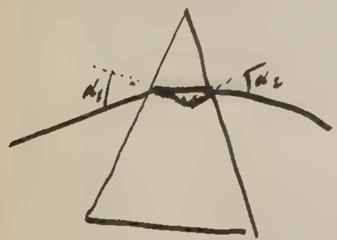
Wollaston dla [illegible] [illegible] -
[illegible]

[illegible] $n = 1.51$

$a^2 = 1$	α = tot. refl. -	2'	4'	8'	15'	30'
$a'^2 =$	1	0.74	0.64	0.53	0.43	0.25

Oznaczanie wsp. spółczyn. n.

Dwojakie metody pryzmatu (odchylenia) i interfer.



$$D = \alpha_1 - \beta_1 + \alpha_2 - \beta_2$$

$$\beta_1 + \beta_2 = \varphi$$

$$D = \alpha_1 + \alpha_2 - \varphi$$

$$\frac{\sin\alpha_2}{\sin\beta_2} = n \qquad \frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1} = n$$

$$\left.\begin{aligned} \sin\alpha_2 &= n \sin(\varphi - \beta_1) \\ \sin\beta_1 &= \frac{\sin\alpha_1}{n} \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{dD}{d\alpha_1} = 0 : \qquad 1 + \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = 0$$

$$\begin{array}{l|l} \cos\alpha_2 \, d\alpha_2 = -n \cos(\varphi - \beta_1)\, d\beta_1 & \cos\beta_1 \\ n \cos\beta_1 \, d\beta_1 = \cos\alpha_1 \, d\alpha_1 & \cos(\varphi - \beta_1) \end{array}$$

$$\cos\alpha_2 \cos\beta_1 \, d\alpha_2 = - \cos\alpha_1 \cos(\varphi - \beta_1)\, d\alpha_1$$

$$\cos\alpha_2 \cos\beta_1 = \cos\alpha_1 \underbrace{\cos(\varphi - \beta_1)}_{\cos\beta_2}$$

$$\cos^2\alpha_2 \cos^2\beta_1 = \cos^2\alpha_1 \cos^2\beta_2$$

$$\sin\alpha_2 \sin\beta_1 = \sin\alpha_1 \sin\beta_2$$

$$\cos(\alpha_2 - \beta_1) = \cos(\alpha_1 - \beta_2)$$

$$\alpha_2 - \beta_1 = \alpha_1 - \beta_2$$

$$\cancel{\alpha_2 - \alpha_1 = \beta_1 - \beta_2}$$

tylko spełnione dla symetrycznego..

$$D = 2\alpha - \varphi \qquad \beta = \frac{\varphi}{2} \qquad \sin\alpha = n \sin\frac{\varphi}{2} \qquad \text{I } ~~Abbe~~$$

$$n = \frac{\sin\frac{D+\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}$$

$X_x = 2T\left[\frac{\partial\xi}{\partial x} + L\,\vartheta\right] \qquad X_y = T\left(\frac{\partial\xi}{\partial y} + \frac{\partial\eta}{\partial x}\right)$

$\rho\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = 2T\,\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} + L\,\frac{\partial\vartheta}{\partial x} + T\left[\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\eta}{\partial x\partial y} \quad \frac{\partial^2\xi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\zeta}{\partial x\partial z}\right]$

$\rho\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = T\,\Delta^2\xi + T(L+1)\frac{\partial\vartheta}{\partial x} \qquad \rho\frac{\partial^2\vartheta}{\partial t^2} = T(L+2)\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2}$

$\rho\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} = \qquad \rho\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = T\,\Delta^2\varphi$

$\rho\frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2} =$

$\xi = a\cos\mu\ \sin\left(t - \frac{x\cos\alpha}{a}\right)$

$\eta =$

$\zeta =$

$\Delta^2\xi = -\frac{\cos^2\alpha}{a^2}(2\pi n)^2\,\xi \qquad \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = -(2\pi n)^2\,\xi \;\Big|\; \vartheta = -a\cos\varepsilon\cos\ldots$

$\cos\mu\cdot\rho a^2 = T\cos\mu + T(L+1)\cos\varepsilon\cos\alpha \quad \Big|\ \cos\alpha\ \Big|\ \cos\mu$

$\cos\nu\cdot\rho a^2 = T\cos\nu + T(L+1)\cos\varepsilon\cos\beta \quad \Big|\ \cos\beta\ \Big|\ \cos\nu$

$\cos\lambda\cdot\rho a^2 = T\cos\lambda + T(L+1)\cos\varepsilon\cos\gamma \quad \Big|\ \cos\gamma\ \Big|\ \cos\lambda$

$\cos\varepsilon\,(\rho a^2) = \left[T + T(L+1)\right] = T(L+2)$ $\qquad \cancel{\rho a^2 = T + T(L+1)\cos^2\varepsilon}$

$a = \sqrt{\frac{T(L+2)}{\rho}}$ albo także $\cos\varepsilon = 0$

$a = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$

$\cos\mu\cdot\cancel{T(L+2)} = \cancel{T\cos\mu} + \cancel{T(L+1)}\cos\varepsilon\cos\alpha$ itd. $\qquad \cos\varepsilon = 1 \qquad \varepsilon =$

$L = \frac{\mu}{1-2\mu}$

$X_x + Y_y + Z_z = 2T(L+\ldots)\vartheta + \vartheta = 2T(3L+1)\,\vartheta$

$3p \qquad \vartheta = \frac{3p}{2T(3L+1)} = \frac{3p}{\ldots(1-2\mu)}$

podl. $a = \sqrt{\frac{1-\mu}{1-2\mu} \cdot \frac{E}{(1+\mu)\rho}}$

$T = \frac{E}{2(1+\mu)}$

příčn $a = \sqrt{\frac{E}{2(1+\mu)\rho}}$

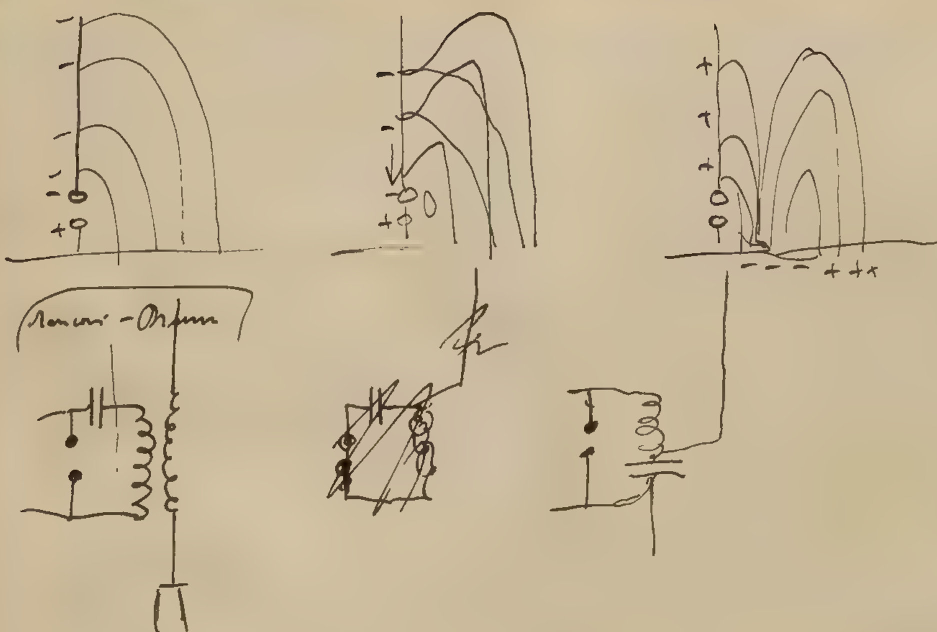
$$D_s = E_s \frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} \qquad D_p = E_p \frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}$$

$$\parallel:\quad K_1\left[E_p + R_p\right]\cos\alpha = K_2 D_p \cos\beta \qquad \frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$$

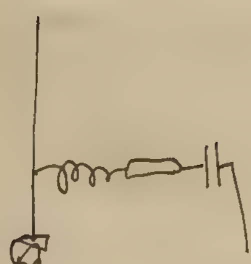
$$\parallel\ R_p = 0 \qquad \alpha+\beta = \frac{\pi}{2} \qquad \operatorname{tg}\alpha = n$$

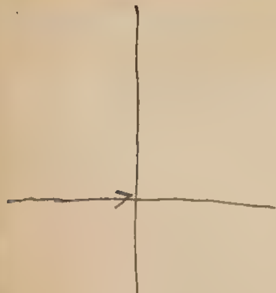
kąt polaryzacji zupełnej (Brewster)

Antenne



$$L = 0{\cdot}15\sqrt{D}$$





$X = a \sin\alpha\left(t + \frac{y}{v}\right)$ $\qquad X_w = a' \sin\alpha\left(t \mp \frac{y}{v}\right)$

$\cancel{X_1 = a_1 \sin\alpha\left(t + \frac{y}{v_2}\right) \cdot e^{-\mu}}$

$Y = a \sin\alpha\left(t - \frac{x}{v}\right)$ $\qquad Y_w = a' \sin\alpha\left(t + \frac{x}{v} + \delta\right)$

$\cancel{Y_1 = a_1 \sin\alpha\left(t - \frac{x}{v_2}\right) \cdot e^{-\mu x}}$ $\quad Y_1 = 0$

$a\left[\sin\alpha\left(t - \frac{x}{v}\right) - \sin\alpha\left(t + \frac{x}{v}\right)\right] = -2\cos\alpha t \sin\frac{x}{v}$

wszędzie przy ścianie

$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}\right) = -\frac{a\alpha}{\mu v}\cos\ldots$

$N = -\frac{a}{\mu v}\sin\alpha\left(t - \frac{x}{v}\right)$ $\qquad N_w = +\frac{a'}{\mu v}\sin\alpha\left(t + \frac{x}{v}\right)$

$\cancel{\frac{\partial N_1}{\partial t} = \frac{a_1\alpha}{v_2}\cos\alpha\left(t - \frac{x}{v_2}\right) e^{-\mu x} - a_1\mu \sin \ldots e^{-\mu x}}$ $\quad N_2 = 0$

$a\left[\sin\alpha\left(t - \frac{x}{v}\right) + \sin\alpha\left(t + \frac{x}{v}\right)\right]$

$= 2\sin\alpha t \cos\frac{x}{v}$

$\cancel{N_1 = -\frac{a_1}{\mu v_2}\sin\alpha\left(t - \frac{x}{v_2}\right) e^{-\mu x} \pm a_1\mu \cos\alpha\left(t - \frac{x}{v_2}\right) e^{-\mu x}}$

$a + a' = 0$

$-a + a' = 0$

przeto (wstęga z drutów $\parallel Y$) odbicie zupełne

$\parallel Z$ przepuszcza zupełnie

$a\cos\alpha\left(t - \frac{x}{v}\right) + a'\cos\left(\alpha t + \frac{x}{v} + \delta\right) = 0$ $\qquad \cancel{a \cos\alpha t}$

$a\cos\frac{x}{v} \pm a'\cos\left(\frac{x}{v} + \delta\right) = \ldots \Big|_{x=0}$

$a\sin\frac{x}{v} = a'\sin\left(\frac{x}{v} + \delta\right)$

$a\cos\alpha t + a'\cos(\alpha t + \delta) = 0$

$a \pm a'\cos\delta$

$0 = a'\sin\alpha\delta$ $\qquad \delta = 0$

$\delta =$

$T = \frac{K}{8\pi}(X^2 + Y^2 + Z^2)$ $\qquad V = \frac{\mu}{8\pi}(L^2 + M^2 + N^2)$

$X = \frac{dF}{dt}$ ... $\qquad \mu L = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}$

$$\iint dt\, d\tau\,(\delta T - \delta V) = 0 =$$

$$\iiiint dt\, dx\,dy\,dz \left[K\left(X \frac{d\,\delta F}{dt} + \dots\right) - L\left(\frac{d\,\delta H}{\partial y} - \right) - M \dots \right] = 0$$

$$= \iiint \dots \quad \delta F \left[K \frac{\partial X}{\partial t} - \frac{\partial M}{\partial z} + \frac{\partial N}{\partial y} \right] + \dots \quad = 0$$

$v_i = a_i l_1' + b_i l_2'$

$T = \frac{A}{2} l_1'^2 + \frac{B}{2} l_2'^2 + C l_1' l_2'$

$L_1 = \frac{d}{dt}(A l_1' + C l_2') + W_1$

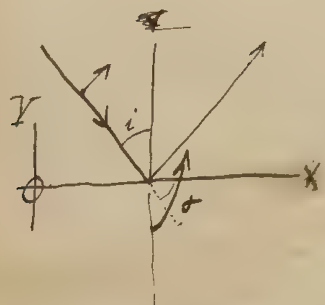
$L_2 =$

$K = -\frac{\partial T}{\partial k}$

	n_0	$\sqrt{K}$
povětrí	1·000294	1·000295
H_2	138	132
CO_2	449	473
CO	346	345
NO	503	497

	n_0	$\sqrt{K}$
C_6H_6	1·482	1·49
H_2O	1·33	9·0
Alk.	1·34	5·7

$\alpha = \frac{2\pi}{T}$



$$Y = b \sin \alpha\left(t - \frac{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma}{v}\right)$$

$$Y = b \sin \alpha\left(t \pm \frac{x \sin i + y \cos i}{v}\right) \qquad b = A \sin i$$

$$X = a \sin \alpha (\cdots \quad) \qquad a = A \cos i$$

$$Z = c \sin \alpha (\quad -)$$

$$X = E_p \cos i \sin \alpha\left(t - \frac{x \sin i - y \cos i}{v}\right)$$

$$Y = E_p \sin i \sin \alpha (\quad)$$

$$Z = E_n \sin \alpha (\quad - \quad)$$

$$\mu \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y} = -E_n \frac{\alpha \cos i}{v} \cdots$$

$$\mu \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z} = -E_n \alpha \frac{\sin i}{v} \cos \cdots$$

$$\mu \frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x} = E_p \frac{\alpha}{v} \cdots$$

$$L = -E_n \frac{\cos i}{\mu v} \sin \alpha (t - \cdots \quad)$$

$$M = -E_n \frac{\sin i}{\mu v} \sim$$

$$N = \frac{E_p}{\mu v} \sim$$

$$X_r = R_p \cos \alpha \sin \alpha \left(t - \frac{x \sin \alpha + y \cos \alpha}{v_1}\right)$$

$Y_r =$

$Z_r =$

$$X_d = D_p \cos \beta \sin \alpha \left(t - \frac{x \sin \alpha - y \cos \beta}{v_2}\right)$$

$X_1 = X + X_r = X_2 = X_d$

$[k_1 Y_1 = k(Y + Y_r) = k_2 Y_d]$

$k_1 Z_1 = k[Z + Z_r) = k_2 [Z + Z_d]$

X: $(E_p + R_p)\cos\alpha = D_p \cos\beta$

~~$k_1(E_p + R_p)\sin\alpha = k_2 D_p \sin\beta$~~

Z: $k_1(E_n + R_n) = k_2 D_n$

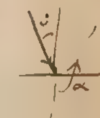
~~$k_1(E_n + R_n)\cos\alpha = k_2 D_p \cos\beta$~~

$y=0$

$\frac{x\sin\alpha}{v_1} + x\frac{\sin\alpha}{v_1} = \frac{x\sin\beta}{v_2}$

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2}$

$\sin i = \sin\alpha$ $\quad \alpha = \pi - i$



$\cos i = -\cos\alpha$

L: $(E_n - R_n)\frac{\cos\alpha}{v_1} = \frac{D_n\cos\beta}{v_2}$

N: $(E_p+R_p)\frac{1}{v_1} = \frac{D_p}{v_2}$

$(E_n - R_n)\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = D_n\frac{\cos\beta}{\sin\beta}$

$(E_p+R_p)\frac{1}{\sin\alpha} = \frac{D_p}{\sin\beta}$

$(E_n+R_n)\frac{\cos\beta}{\sin\beta} = (E_n - R_n)\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$E_n(\cos\beta\sin\alpha - \sin\beta\cos\alpha) = -R_n(\cos\beta\sin\alpha + \sin\beta\cos\alpha)$

$E_n \sin(\beta-\alpha) = R_n \sin(\beta+\alpha)$

$R_n = \cancel{E_n \operatorname{tg}(\beta-\alpha)} \quad E_n\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin(\beta+\alpha)}$

[illegible]

$(E_p+R_p)\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = (E_p - R_p)\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$

$E_p(\sin\beta\cos\beta - \sin\alpha\cos\alpha) = -R_p(\sin\beta\cos\beta + \sin\alpha\cos\alpha)$ $\quad\|\quad$ $R_p = E_p\frac{\sin 2\alpha - \sin 2\beta}{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}$

$R_p = E_p \cancel{\frac{\sin\alpha\cos\alpha - \sin\beta\cos\beta}{\sin\alpha\cos\alpha + \sin\beta\cos\beta}} = E_p\frac{2\cos(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}{2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha-\beta)}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)}$

~~$\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$~~ = ~~$(\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta)(\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta)$~~

$= \sin\alpha\cos\alpha\cos\beta\sin\beta$

$X = E_p \cos i \sin \alpha_1 \left(t - \frac{x \sin i + y \cos i}{v}\right)$ | $L =$

$Y = E_p \sin i \sin \alpha_1 \ldots$ | $M =$

$Z = E_n \quad \sin \alpha_1 ($ | $N =$

$X_r = R_p$ $\qquad\qquad$ $X_d = D_p \ldots$

$\vdots$

$y = 0$: $\cancel{X + X_r = X_d}$

$X + X_r = X_d \qquad L$

$Y + Y_r = Y_d$

$\frac{\sin i}{v_1} = \frac{\sin \alpha}{v_p} = \frac{\sin \beta}{v_2}$

$\cos \varphi = -\cos \varphi'$

$\varphi = \pi - i$

$(E_p - R_p) \cos i = D_p \cos \beta$

$E_n + R_n = D_n$

$(E_n - R_n) \sqrt{K_1} \cos i = D_n \sqrt{K_2} \cos \beta$

$(E_p + R_p) \sqrt{K_1} = D_p \sqrt{K_2}$

$2 E_n = D_n \left(1 + \frac{\sqrt{K_2}}{\sqrt{K_1}} \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}\right)$

$E_n \left(\frac{\sqrt{K_1} \cos \alpha}{\sqrt{K_2} \cos \beta} - 1\right) = R_n ($

$- \ldots$

$R_n = - E_n \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$ | $R_p = E_p \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)}$

$D_n = E_n \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \qquad D_p = E_p \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}$

$$\sin\alpha + m\sin(\alpha-\varepsilon) + m^2\sin(\alpha-2\varepsilon) \dots = A\sin(\alpha-\mu)$$

$$1 + m\cos\varepsilon + m^2\cos 2\varepsilon + \dots = A\cos\mu \quad \Big| \ \sin\alpha$$

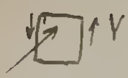
$$m\sin\varepsilon + m^2\sin 2\varepsilon + \dots = A\sin\mu \quad \Big| \ \cos\alpha$$

$$A\sin \dots = A\sin(\mu+\varepsilon) = \frac{A}{m}\sin\mu \quad \Big| \ \cos\mu \quad \Big| \ \sin\mu$$

$$A\cos(\mu+\varepsilon) = \frac{A\cos\mu}{m} - \frac{1}{m} \quad \Big| \ \sin\mu \quad \Big| \ \cos\mu$$

$$A\Big[\underbrace{\sin(\mu+\varepsilon)\cos\mu - \cos(\mu+\varepsilon)\sin\mu}_{A\sin\varepsilon}\Big] = -\frac{\sin\mu}{m}$$

$$A\cos\varepsilon = \frac{A}{m} - \frac{\cos\mu}{m}$$



$$(Y' - Y)\Delta y + (X - X')\Delta x = -\Delta x \Delta y \frac{\partial N}{\partial t}$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}$$

$$\int (\mathfrak{E}\, d\mathfrak{s}) = \iint \cancel{\mathrm{curl}}\; df\; (\mathfrak{n}\, \mathrm{curl}\, \mathfrak{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}\iint df (\mathfrak{n}\mathfrak{H})$$

$$\cancel{\mathfrak{X}}\; \mathfrak{X} = \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial z}$$

$$\frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial M}{\partial x} = - \qquad \nabla A = -4\pi u$$

$$\mathrm{curl} \int \frac{\alpha}{r}\, dr = \quad i$$

$$\mathrm{curl}\, A\mathfrak{E} = A\, \mathrm{curl}\, \mathfrak{E} + \nabla(\nabla A . \mathfrak{E})$$

Zamiast rozwiniętego systemat. teorii Maxw. : ~~teorii~~ krótki rzut teorii rachunku wekt.

Tylko zasadnicze pojęcia

Skalarne, Bezwzględne, } wielkości — Masa, Energia, ciepło, Temperat., potencjał

Kierunkowe } wielkości — prędkość, przysp., siła mech., elektr., magn.

~~3 Składowe~~ ~~Wielkości~~ Liczba ; Kierunek

Więc jeśli jednostkę owego wektora oznaczymy przez a, to należy a tył jednostek wziąć aby $T \ddot{O} \mathfrak{U} \mathfrak{A}$ (tensor / vector) to nietylko długości przestrzenne, ale także inne kierunkowe

$\mathfrak{A} = a\, A = A\, a$ — czy A rozumiały się włoży w a czy w A to jest rzecz dowolną. // Równania między wektorami $\mathfrak{A} = \mathfrak{B}$ wypowiadają zatem 3 równania skalarne, etc.

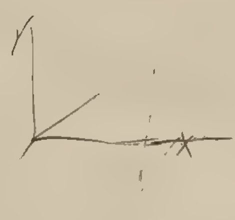
$a\, a =$

Jeśli dodajemy wielkości skalarne to nie ma wątpliwości co do znaczenia sumy.

〃 〃 wektorowe, to określimy jako sumę : wypadkową

znak − z odwrotnym ~~znakiem~~ kierunkiem

3 Kierunki



$\mathfrak{A} = a_1 i + a_2 j + a_3 k$

Do tego samego prowadzi uogólnienie wielkości urojonych: $z = x + iy$ na

trzy rozmiary

Czy ~~są~~ pozostają ważne prawa dodawania? Oczywiście

$\mathfrak{A} + \mathfrak{B} = \mathfrak{B} + \mathfrak{A}$ — ~~commut.~~ (zamiana przemienność)

$\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} = \mathfrak{A} + (\mathfrak{B} + \mathfrak{C})$ — asocya.. łączność

Następnie także wykładając na składowe

$\mathfrak{a}+\mathfrak{b} = (a_1+b_1)\,i + (a_2+b_2)\,j + (a_3+b_3)\,k$

Iloczyny a b

Iloczyn skalarny: $S\mathfrak{a}\mathfrak{b} = a\, b \cos(ab)$

w specjalnym wypadku jeśli $\mathfrak{a}$ i $\mathfrak{b}$ mają ten sam kierunek:

$S\mathfrak{a}\mathfrak{b} = ab \quad = \cancel{\quad}$

$Sii = 1 = Skk = Sjj$ (w kwaternionach $= -1$

$Sik = Sij = Skj = 0$

Nie dziwnego, że tutaj iloczyn może być równy 0, mimo że żaden z czynników nie jest 0 to właśnie rozumiemy co innego pod iloczynem.

~~Iloczyny wektorowe~~ $\cancel{V\mathfrak{a}\mathfrak{b} = a\, b \sin(ab)}$.

$S\mathfrak{a}\mathfrak{b} = S(a_1 i + \dots a_3 k)(b_1 i + \dots b_3 k)$

$= a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 \quad = \;, ab\cos(ab)$

$= ab[\cos ax \cos bx + \cos ay \cos by + \cos az \cos bz] = \uparrow$

$S\mathfrak{a}\mathfrak{b} = S\mathfrak{b}\mathfrak{a}$ według definicji   (komutat.

$S\mathfrak{a}(\mathfrak{b}+\mathfrak{c}) = S\mathfrak{a}\mathfrak{b} + S\mathfrak{a}\mathfrak{c}$ bo

$= a\, S\mathfrak{a}_1(\mathfrak{b}+\mathfrak{c}) = ab\cos ab + ac\cos ac$

distrib. rozdzielność

[illegible]

Np. praca f — prędkość v

$$S\, f v = \text{praca pro sek.}$$

Iloczyn. wektorowy ~~[illegible]~~ $\overbrace{\text{pole równoległości}}$.

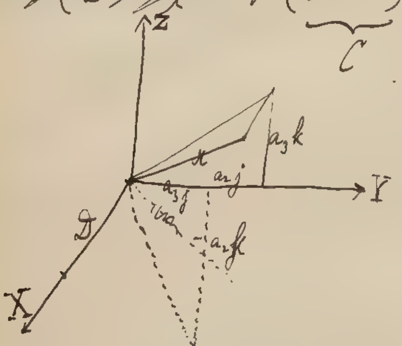
$$V\,\mathfrak{a}\mathfrak{b} = \overbrace{a\, b \sin ab}\,.\, \vartheta \qquad \Big|\, V\,\mathfrak{b}\mathfrak{a} = ab \sin ab\,.\,\vartheta'$$

$$\mathfrak{a}\ \mathfrak{b}\ \vartheta\ \ldots\ X\, Y\, Z \qquad \mathfrak{b}\ \mathfrak{a}\ \vartheta'\ \ldots\ X\, Y\, Z$$

$$\vartheta' = -\vartheta$$

$$V\mathfrak{a}\mathfrak{b} = -V\mathfrak{b}\mathfrak{a}$$

~~$V\mathfrak{a}(\mathfrak{b}+\mathfrak{c})$~~ $\quad V\underbrace{(\mathfrak{a}+\mathfrak{b})}_{C}\mathfrak{D} = V\mathfrak{a}\mathfrak{D} + V\mathfrak{b}\mathfrak{D}$



$$= \cancel{d V\mathfrak{a}\mathfrak{d}}\ d\, V\mathfrak{a}\vartheta$$

$$V\mathfrak{a}\vartheta = d(a_3 j - a_2 k) \qquad \Big|\quad V C\vartheta = d(c_3 j - c_2 k)$$

$$V\mathfrak{b}\vartheta = d(b_3 j - b_2 k)$$

$$V(\mathfrak{a}+\mathfrak{b})\vartheta = d\big[(a_3+b_3) j - (a_2+b_2) k\big]$$

więc dystryb. $\overset{\text{prawo}}{/}$ także ważne:

$V i j = k$	$V j i = -k$	$V i i = 0$
$V j k = i$	$V k j = -i$	$V j j = 0$
$V k i = j$	$V i k = -j$	$V k k = 0$

$$V\mathfrak{a}\mathfrak{b} = V(a_1 i + a_2 j + a_3 k)(b_1 i + b_2 j + b_3 k) =$$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

Przykład:

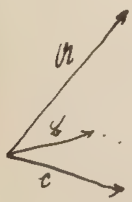
Ciało stałe obracające się koło osi i z prędkością obrotową $\bar{u}$ | moment siły $a\,V b$

Ostatecznie $V f . J$

Prędkość jakiegoś bądź punktu $v = v_0 + V\bar{u}\,r$

$S\,a\,V\,b\,c$

= objętość równoległościanu



wyrachowany: $S(A_1 i + A_2 j + A_3 k)\begin{vmatrix} i & j & k \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{vmatrix} = S\,b\,V\,c\,a = S\,c\,V\,a\,b$$
$$= - S\,a\,V\,c\,b = \ldots$$

Zasada prac przygotowanych

$$\sum S\,p\,d\rho = 0 \qquad \cancel{d\rho = d\rho_0 + V.}$$
$$d\rho = d\rho_0 + V\,d\theta . r$$

$$S\,d\rho_0 \sum p + \underbrace{\sum S\,p\,V\,d\theta\,r}_{} = 0$$
$$= \sum S\,d\theta\,V\,r\,p$$
$$= S\,d\theta \sum V\,r\,p$$

niezależnie od $d\rho_0$ i $d\theta$ zatem $\sum p = 0 \qquad \sum V\,r\,p = 0$

~~O innych operacjach, iloczynach etc. nie będziemy mówili~~

$\frac{d}{dt}$ $\qquad \dot{a} = i\,\dot{A}_1 + j\,\dot{A}_2 + k\,\dot{A}_3$

$$\frac{d}{dt} S\,a\,b = \frac{S(a + da)(b + db) - S\,a\,b}{dt} = S\,a\frac{db}{dt} + S\frac{da}{dt}b \quad \text{etc.}$$

$$\varphi = \iint \frac{J\cos\theta}{r}\,dS = \overset{\text{Green}}{=} \iiint \cancel{\frac{\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{\partial B}{\partial y}+\frac{\partial C}{\partial z}}{r}}\,dv + \iiint A\,\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x} + \cdots$$

$$= \iint \frac{A\cos\alpha + B\cos\beta + C\cos\gamma}{r}\,dS =$$

$$\iiint \nabla^2 S \cdot H\,dv = \iint H\frac{\partial S}{\partial n}\,dS - \iiint \frac{\partial H}{\partial x}\frac{\partial S}{\partial x} \cdots$$

moment magnesu elementarnego ~~...~~ $ml = J\,dv$

można zatem sobie wyobrazić że powstaje ta różnica Z, J wskutek „polaryzacji magnetycznej" tj. wskutek namagnesowania

W rzeczywistości dla ciał ferromagnetycznych μ zmienne, więc $\frac{\partial \mu H}{\partial t} = -\operatorname{curl} E$

ale oprócz tego Hysteresis

(podobnie jak u dielektryków Nachwirkung opóźnienie dielektryczne)

$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$

~~Gdzie~~ $\mathfrak{H} = \nabla U$ zatem także $\mathfrak{B} = \nabla V$ w każdej części gdzie μ stałe

~~[illegible]~~

ponieważ nie ma rzeczywistego magnetyzmu więc $\operatorname{div} \mathfrak{B} = 0$

$$\text{t. j. } \nabla^2 V = \nabla^2 U = 0$$

także powierzchownie: $\mu \frac{\partial U}{\partial n} + \mu' \frac{\partial U'}{\partial n'} = 0$

także bezpośrednio z ogólnego warunku dlatego $\mu \frac{\partial u}{\partial \nu} = \mu' \frac{\partial U'}{\partial n}$

[illegible] linii indukcji

$$\mu \frac{\partial U}{\partial n} = \mu' \frac{\partial U'}{\partial n}$$

$$\frac{\partial U}{\partial s} = \frac{\partial U'}{\partial s'}$$

załamanie linij sił

$$(1+4\pi\kappa) \frac{\partial U}{\partial n} = (1+4\pi\kappa') \frac{\partial U'}{\partial n}$$

$$\mathfrak{B} = ~~[illegible]~~ = (1+4\pi\kappa) H = H + ~~[illegible]~~ 4\pi J$$

$$J = \kappa H$$

czy także dla J potencjał?

$$V = \qquad U + \varphi$$

$$4\pi J = -\nabla\varphi = -\nabla(V-U)$$

$\operatorname{div} J = ~~[illegible]~~ \nabla^2 V - \nabla^2 U = 0$ nie ma wew.

ale powierzchownie: $\varphi = \int \frac{\frac{\partial V}{\partial n} - \frac{\partial U'}{\partial n'}}{4\pi r} dS = \int \frac{\kappa \frac{\partial U}{\partial n} + \kappa' \frac{\partial U'}{\partial n'}}{r} dS = \int \frac{J_n - J_n'}{r} dS$

$$= \int \frac{\frac{\partial U}{\partial n} + \frac{\partial U'}{\partial n'}}{r} dS = \int \frac{6}{r} dS$$

$$J = \int \frac{\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial U}{\partial n} + \frac{\partial U'}{\partial n'}\right)}{r} dS = \int \frac{6}{r} dS$$

$$\int \frac{\partial(\mu\, f)}{\partial t}\, dS = -\int \operatorname{curl} \xi\; dS$$

dla systemu niezmiennego

$$\frac{\partial}{\partial t}\mu \int [L\cos nx + M\cos ny + \;\;] = -\int \left(\frac{\partial}{\partial}\;\; \right) \ldots$$

$$= \int (X\,dx + Y\,dy + Z\,dz)$$

ilość linij indukcji

$$= \int \delta\, \xi\, ds$$

$$-\frac{\partial}{\partial t}(\mu\, \Omega) = + w\, i$$

$f = \operatorname{curl} \mathfrak{A}$ } bez względu na μ

więc jeśli  to f niezależne od jakości obiektu, zatem i Ω

zatem prąd i wywołany przez indukcję także wzrośnie proporcjonalnie do μ

Dlatego też wszędzie żelazne jądro gdzie chodzi o powiększenie indukcji np.

~~aparaty indukcyjne (regulator z wsuwaniem żelaza)~~

transformatory, dynamo

Zobaczymy później że to samo ważne przybliżenie jeśli zmiana stanu tej siły następuje wskutek ruchu.

Więc dla przewodników zewnętrznych też te same siły wektor, który dowodzimy

~~Jeden przypadek ... gdzie ... wszędzie kondensator~~

Teraz niezewnętrzne

$$-K\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y} \;\Big|\; \frac{\partial}{\partial t} \qquad \mu\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}$$

$$-K\frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z} \qquad = \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z} \;\Big|\; \frac{\partial}{\partial z}$$

$$-K\frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x} \qquad = \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x} \;\Big|\; \frac{\partial}{\partial y}$$

$$-K\mu\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = \underbrace{\frac{\partial^2 Z}{\partial x\,\partial z} + \frac{\partial^2 Y}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 X}{\partial x^2}}_{=0} - \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 X}{\partial x^2}$$

A linie sił f obliczamy tak jak dla prądów stałych $\operatorname{curl} f = 4\pi J$ i z tego prawo Biot Savarta, pomijając $K\frac{\partial X}{\partial t}$ w systemie elektrostatycznym [illegible] w systemie elektromagnetycznym $K = \left(\frac{1}{3\cdot 10^{10}}\right)^2$ (ponieważ stosunkowo zaniedbać)

$$K\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t} = \operatorname{curl}\mathfrak{g} \quad \Big|\ \frac{\partial}{\partial t}$$

$$\mu\frac{\partial \mathfrak{g}}{\partial t} = -\operatorname{curl}\mathfrak{f} \quad \Big|\ \cdot\operatorname{curl}$$

$$\mu K\frac{\partial^2 \mathfrak{f}}{\partial t^2} = -\operatorname{curl}^2\mathfrak{f} = \nabla^2\mathfrak{f}$$

Tak samo: $\mu K\frac{\partial^2 \mathfrak{g}}{\partial t^2} = \nabla^2\mathfrak{g}$

Te same równania co dyfuzji all spężystych

~~$X = f(x ... - a t, y - a t, z - a t)$~~

~~$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot 1$~~

N. p. $Y = Z = \cancel{X}, Y, Z = f(x)$

$$\frac{\partial^2 X}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} = 0 \quad \text{etc.}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{K\mu}}$$

$$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = a^2\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = a^2\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial t^2} = \ldots$$

płaszczyzna fali YZ tzn. $Y = Z = 0$ ~~$M = 0$~~ $L = 0$ M, N $f_c(y, z)$

$$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = a^2\nabla^2 X$$

~~ale z innych równań także~~ $\frac{\partial L}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial y}$

$$\frac{\partial Y}{\partial z} = \frac{\partial X}{\partial y}$$

$$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = a^2\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}$$

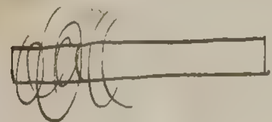
$$\frac{\partial^2 L}{\partial t^2} = a^2\frac{\partial^2 L}{\partial x^2}$$

$$\left.\begin{matrix} X \\ L \end{matrix}\right\} = f(x \pm a t)$$

$$\varphi(x \pm a t)$$

$$\frac{2i}{r}\underbrace{\sin\alpha\, dx}_{r\,dy}$$

Jeder Punkt ... $= \ldots$



Induktion.

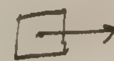
$$K\frac{\partial X}{\partial z} + \lambda(X - X') = \underbrace{\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}}$$

$- \ldots$

f 

~~[illegible]~~

$$\eta\, M\frac{\eta}{2} + \xi\, N\frac{\xi}{2} \sim$$

lim 

$$\lim \int F\, d\alpha \sim = \int\left(\frac{\partial H}{\partial \eta} - \frac{\partial \xi}{z}\right) \sim$$

$$L = \frac{\partial G}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial y}$$

$$M =$$

$$N =$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial^2 G}{\partial}$$

$$M(0, \theta\eta) - M(\xi, \theta'\eta)$$

$$= \xi\frac{\partial M}{\partial \xi} + \ldots + \underbrace{(\theta - \theta')\eta}_{\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\eta}\frac{\partial M}{\partial \eta}$$

$$c\left(1 + 2\frac{K-1}{K+2}\right)\cos\theta = c\,\frac{3K+1}{K+2}\cos\theta$$

$$2\pi a^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta \sin\theta\, d\theta = \pi a^2 \cdot c\,\frac{3K+1}{K+2}$$

$\pi a^2 c.$

$a + a + a \cdots \equiv ma$

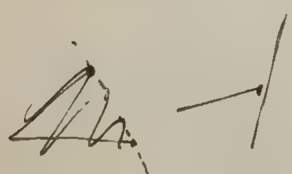
$a \equiv \cancel{\;} \, Ua \, . \, Ta$

$\left\{ \begin{array}{ll} a \equiv b & Ua = Ub \\ & Ta = Tb \end{array} \right.$

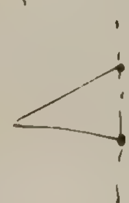
$m =$ Opuest punt…

$-(-a) = a$

$a + (-b) = a - b$ Defin. Sottr.



$\rho \equiv a + x\, b$



$\rho \equiv a + x(a-b) \equiv a(1+x) - bx$

$\rho \equiv x a + \frac{x^2}{2} b$ Parab.

$\rho \equiv x a + \sqrt{1-x^2}\,.\, b$ Ellipse

$\rho \equiv \varphi(x)\, a + \psi(x) . b$ Curva

$\rho \equiv \varphi(x)\, a + \psi(x)\, b + \chi(x)\, c$ Curva [illegible]

Velocità $\lim \frac{\Delta a}{\Delta t}$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial K X}{\partial x}+\cdots\right) = -4\pi\lambda\frac{\partial X}{\partial x}+\cdots \quad \text{juste } \lambda=0$$

juste ... pour ...

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint \rho\,\omega = k\int (X\cos\alpha + \ldots)\,ds$$

$$x(a + b\sin\varphi + c\cos\varphi) = v$$

$$v = x_1 v_1 + y z + c y$$

$$= x_1(a + b) + z(\alpha a + \beta b) + c y$$

$$= x(a + b\sin\varphi + c\cos\varphi)$$

$$\left.\begin{aligned} x_1 + \alpha z &= x \\ x_1 + \beta z &= x\sin\varphi \end{aligned}\right\}\begin{matrix}\beta\\ \alpha\end{matrix} \qquad x_1(\beta-\alpha) = x(\beta - \alpha\sin\varphi)$$

$$\cancel{(x_1+\beta z)^2 + y^2 = x^2 = (x_1+\alpha z)^2}$$

$$y = x\cos\varphi \qquad y = \frac{x_1(\beta-\alpha)}{\beta-\alpha\sin\varphi}\cos\varphi$$

$$v = \frac{x_1(\beta-\alpha)}{\beta-\alpha\sin\varphi}(a + b\sin\varphi + c\cos\varphi)$$

$a = b + c \qquad 2b + c$

$b - c \qquad 3b\,2c$ współliniowe

$v = x a + y b$ } płaszczyzna przez 0

$v = c + (x a + y b)$ } płaszczyzna przez c

Płaszczyzna przez końce a, b, c:

$$v = a + x(b - a) + y(c - a) = a(1 - x - y) + bx + cy$$

$v = a\,\varphi(x) + b\,\psi(x)$ krzywa

$+ c y$ powierzchnia walcowata (ogólna)

Param. Elipsa

$$v = a\,\overbrace{\sinh x}^{u} + b\,\overbrace{\cosh y}^{v} \qquad \frac{e^{x} + e^{-x}}{2}$$

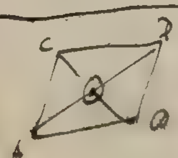
Hiperbola

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} - y = 1$$

$v = A(i \cos x + j \sin x) + kx$ prawo,

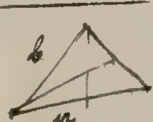
$- kx$ lewo śrube



$OA - OB = OC - OD$

$\underbrace{OA + OD}_{0} = \underbrace{OB + OC}_{0}$

$OA = -OD \qquad OB = -OC$



1). $v = x\left[a + \frac{1}{2}(b - a)\right] = x\,\frac{a+b}{2}$

2). $v = b + y\left(\frac{a}{2} - b\right) = y\,\frac{a}{2} + (1-y)\,b$

3). $v = a + z\left(\frac{b}{2} - a\right) = (1 - z)\,a + \frac{b}{2}\,z$

1, 2) $x = y$, $\frac{x}{2} = 1 - y$ } $x = \frac{2}{3} = y$

Rechts Links System

↓ ↓

$$\mu \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y} \quad \dots$$

$a = i a_1 + \dots$

$b =$

$a + b = i(a_1 + b_1) + \dots$

$a_{11} x_1^2 + \dots \quad \dots$

Ellipsa, śruba

styczna

$z = F(x,y)$

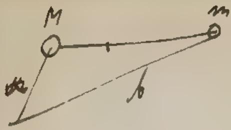
$$\left.\begin{aligned} dz_1 &= \frac{\partial F}{\partial x} dx \\ dz_2 &= \frac{\partial F}{\partial y} dy \end{aligned}\right\}$$ styczna płaszcz. do pow.

$$(T\,V ab)^2 = (ab \sin ab)^2 = (a_2 b_3 - a_3 b_2)^2 + \dots$$

$$\sin^2 ab = (\cos\alpha_2 \cos\beta_3 - \cos\alpha_3 \cos\beta_2)^2 + \dots$$

$$= a_0^2 b_0^2 (1 - \cos^2 ab) = a_0^2 b_0^2 - (S ab)^2$$

$$= (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) - (a_1 b_1 + \dots)^2$$



Środek masy $\quad r = \dfrac{Ma + mb}{M+m}$

podobnie dla wszyś

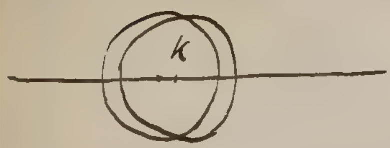
$$r = \frac{\Sigma m r}{\Sigma m}$$

$r = a + x b + y c$ płaszczyzna

$r = \cancel{a + x b}$

$r = \varphi(x,y) a + \psi(x,y) b + \chi(x,y) c$ powierzchnia

1



Hipoteza

$$U_e = cx + \alpha \frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x} = cx + \alpha \frac{x}{r^3} = c\left(r + \frac{\alpha}{r^2}\right)\cos\theta$$

$$U_i = \beta x = \beta r \cos\theta$$

$$\left.\frac{\partial U_e}{\partial \theta}\right|^{r=a} = -c\left(a + \frac{\alpha}{a^2}\right)\sin\theta \qquad \left.\frac{\partial U_i}{\partial \theta}\right|^{r=a} = -\beta a \sin\theta$$

$$c\left(a + \frac{\alpha}{a^2}\right) = \beta a$$

$$\left.\frac{\partial U_e}{\partial r}\right|^{r=a} = c\left(1 - \frac{2\alpha}{a^3}\right)\cos\theta \qquad \left.\frac{\partial U_i}{\partial r}\right|^{r=a} = \beta\cos\theta$$

$$K\beta = c\left(1 - \frac{2\alpha}{a^3}\right)$$

$$\left(a + \frac{\alpha}{a^2}\right)K = a\left(1 - \frac{2\alpha}{a^3}\right)$$

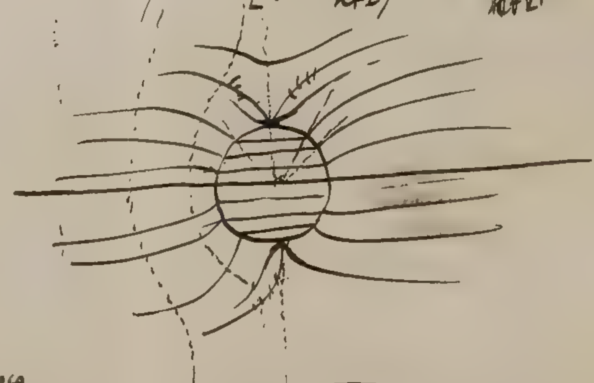
$$a(K-1) = -\frac{\alpha}{a^2}(K+2)$$

$$\alpha = -a^3 \frac{K-1}{K+2}$$

$$\beta = c\left[1 - \frac{K-1}{K+2}\right] = \frac{3}{K+2}$$

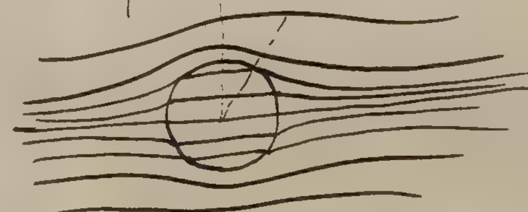
$$\beta = \frac{3}{K+2}$$

$$\begin{cases} U_e = cx\left[1 - \frac{a^3}{r^3}\frac{K-1}{K+2}\right] \\ U_i = \frac{3}{K+2}x \end{cases}$$



$K > 1$

$K < 1$



Jeżeli $K = \infty$: tak samo jak przewodzące

$$U_e = cx\left[1 - \frac{a'^3}{r^3}\right]$$

więc jeżeli $a^3 \frac{K-1}{K+2} = n a'^3$

$$n\frac{a'^3}{a^3} = \frac{K-1}{K+2}$$ = stosunek objętości pod względem Clausius Mossotti

Np. Kula

$K_2 \quad \frac{e}{K_1 a^2}$

$$K_1 \frac{\partial u_1}{\partial r} = K_2 \frac{\partial u_2}{\partial r}$$

$$K_1 \frac{\frac{e}{K_1}}{a^2} = K_2 \frac{\partial u_2}{\partial r}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial r} = \frac{e}{K_2 a^2}$$

$$\int^a 4\pi a^2 da \left[K_1 \frac{e^2}{a^4 K_1^2} + \int K_2 \frac{e^2}{K_2^2 a^4} \dots = \dots \right.$$

$$e^2 \int \frac{da}{K_1 a^2} \quad = \quad e^2 \frac{1}{K_1}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0}\right) + \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_1}$$

$dW = P$

$\frac{e_1}{r_1} \cdot 4\pi r_1^2 \quad \frac{e}{4\pi} r_1^2 \left(\frac{1}{K_1} - \frac{1}{K_2}\right) \qquad \frac{4\pi r_0^2}{4\pi r_0}$

Kondensator

Jeżeli się go naładuje a potem włoży do K to siła K razy mniejsza

Jeżeli się go naładuje gdy jest w K to K razy tyle elektr. potrzeba

$$K_1 X_1 = K_2 X_2$$

$$\underbrace{}_{4\pi\sigma_1} = \underbrace{}_{4\pi\sigma_2} \quad \text{niezmienne}$$

$$W = x K_1 X_1^2 + (a-x) K_2 X_2^2$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = K_1 X_1^2 - K_2 X_2^2$$

$$\sigma_1^2 \left[\frac{1}{K_1} - \frac{1}{K_2}\right]$$

~~Magnetyzm~~ $\rho_w = 0$ $\sigma_w = 0$

ρ_f σ_f

Wszystko byłoby =0 gdyby nie elektrony ... i t. d. w innych częściach przestrzeni

W rzeczywistości jest to inaczej, tutaj luka w teoryi: remanencya hysteresis

Teorya Maxwella zna tylko ciała o rodzaju miękkiego żelaza

$$W = \frac{1}{8\pi}\int \mu(H^2 + \dots)$$

$\cancel{\mathfrak{L} = \mathfrak{I}}$ $\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi \underbrace{\mathfrak{I}}$ $= (1+4\pi\kappa)\,\mathfrak{L}$

$\mathfrak{I} = \kappa \mathfrak{L}$

$\Delta^2 U = 0$

$L = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad M = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad N = -\frac{\partial V}{\partial z}$

$\mu \frac{\partial U}{\partial n} = \mu' \frac{\partial U'}{\partial n}$

$\cancel{\mu(X\cos nx + Y\cos ny + Z\cos nz) = \mu'(X'\cos nx + \ldots)}$

$V = U + \varphi$

$(1+4\pi\kappa)\frac{\partial U}{\partial n} = (1+4\pi\kappa')\frac{\partial U'}{\partial n'}$

$\varphi = V - U$

$\mathfrak{B} = -\nabla V \quad |H = -\nabla U| \quad \mathfrak{I} = -\nabla\varphi$

$-4\pi\sigma_f = \frac{\partial U}{\partial n} + \frac{\partial U'}{\partial n'}$

$\varphi = \int \frac{\sigma_f}{r}\, dS$

$= +\int \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial U}{\partial n} - \frac{\partial U'}{\partial n}\right) dS$

$\cancel{= \frac{\partial U}{\partial n}\left[1 - \frac{\mu}{\mu'}\right]}$

$\cancel{\sigma_f = \frac{\partial U}{\partial n}\left(\frac{\kappa - \kappa'}{\mu'}\right)}$

$\cancel{= \frac{\kappa L_n - \kappa' L_n}{\mu} = \frac{\mathfrak{I}}{\mu}\cos\theta}$

$\varphi = \int \frac{\mathfrak{I}\cos\theta}{r}\, dS$

$= \int\left(\frac{A\cos nx + B\cos ny + C\cos nz}{r}\right) dS$

$= 4\pi\left(\kappa\frac{\partial U}{\partial n} - \kappa'\frac{\partial U'}{\partial n'}\right)$

$\sigma_f = 4\pi(\mathfrak{I}_n - \mathfrak{I}'_n)$

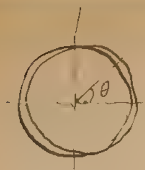
$= \iiint\left[\frac{\partial}{\partial x}\frac{A}{r} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{B}{r} + \ldots\right] dv =$

$= \mathfrak{I}\cos\theta$

$= \iiint A\,\frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x} + \ldots + \iiint \frac{1}{r}\underbrace{\left(\frac{\partial A}{\partial x} + \ldots\right)}_{=0}$

$\cancel{\varphi = m\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\, ds}$

$= \mu\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}$



$V_i = Ax \quad | \; r = a$

$\frac{\partial V_{in}}{\partial n} = A\cos\theta = \frac{\partial V_{en}}{\partial n} \; ; \quad I = \frac{A}{\mu} \qquad J = \frac{\kappa A}{\mu}$

$\sigma = \frac{\kappa A}{\mu}\cos\theta$

$$U_e = \frac{\kappa A}{\mu}\frac{\cos\theta}{r^2}\frac{4\pi a^3}{3} + B\frac{\cos\theta}{r}$$

$$A\cos\theta = -\kappa A\cos\theta\cdot\frac{8\pi}{3} - B\frac{\cos\theta}{a^2}$$

$$A = \frac{B}{a^2\left(1+\frac{8\pi\kappa}{3}\right)}$$

$$V_i = \frac{Bx}{a^2\left(1+\frac{4\pi\kappa}{3}\right)} \qquad U_i = \frac{1}{\mu} \qquad \varphi =$$

$$V_e = \frac{\kappa Bx}{\left(1+\frac{4\pi\kappa}{3}\right)}\cdot\frac{4\pi a}{3r^3} + \frac{Bx}{r}\mu$$

$J\cos\varphi$

$$\frac{4\pi}{3} a^3 J \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} = \frac{4\pi a^3}{3} J \frac{\cos\varphi}{r^2} = \varphi_e$$

$$\frac{4\pi}{3} J x = \frac{4\pi}{3} J r \cos\varphi = \varphi_i$$

$$U_i = A x \qquad U_e = ? = V_e = \frac{4\pi a^3}{3} J \frac{\cos\varphi}{r^2} + A x$$

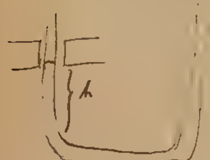
$$\frac{\partial V_i}{\partial r} = A \cos\varphi + \frac{4\pi}{3} J \cos\varphi \qquad \frac{\partial V_e}{\partial r} = \frac{\partial U_e}{\partial r} = \frac{8\pi}{3} J \cos\varphi + A \cos\varphi$$

$$6 = \frac{4\pi}{3} J \cos\varphi$$

$$J =$$

Siły ponderomotor. w cieczy

$$-\rho h s\, dh + \frac{k}{2} R^2 \rho\, dh = 0$$



$$s h = \frac{k}{2} R^2$$

$$X = -\frac{\partial (W - W_0)}{\partial x} = \frac{1}{2} \int \partial \cancel{R^2} \ldots - \frac{L^2}{} = \frac{k}{2} \int \frac{\partial R^2}{\partial x} dv$$

$$X = \int \frac{i}{r^3}\left[dy\,(\zeta - z) - dz\,(\eta - y)\right]$$

$$\mathfrak{f} = \int i\, V d\mathfrak{s}\, \frac{\mathfrak{r}}{r^3}$$

$$\mathfrak{f} = \operatorname{curl} \mathfrak{A} = i \operatorname{curl} \int \frac{d\mathfrak{s}}{r} = \nabla U$$

$$S\, \mathfrak{n}\, \mathfrak{f} =$$

$$U = i\omega = \int i\, \cancel{\frac{\partial}{\partial n}} \, S\, \mathfrak{n}\, \nabla\left(\tfrac{1}{r}\right) df \quad \cancel{= \operatorname{curl} \mathfrak{Z}}$$

$$= i \int S\, \mathfrak{Z}\, d\mathfrak{s}$$

$$\cancel{\mathfrak{Z} = \operatorname{curl} \int \frac{\nabla \frac{1}{r}}{r}\, d\mathfrak{s}}$$

$$i\left(n_1 \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial x^2} + n_2 \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial x \partial y} + n_3 \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial x \partial z}\right)$$

$$+ j\left(n_1 \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial x \partial y} + n_2 \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial y^2} + \ldots\right)$$

$$\nabla U = i \nabla \omega = i \int \nabla S\, \mathfrak{n}\, \nabla\left(\tfrac{1}{r}\right) df$$

$$= n_1 \frac{\partial}{\partial x} \nabla \left(\tfrac{1}{r}\right) + n_2 \frac{\partial}{\partial y} \nabla \left(\tfrac{1}{r}\right) +$$

$$= i \int S\, \mathfrak{n} \operatorname{curl}^2\left(\tfrac{1}{r}\right) df$$

$$\rightarrow \quad = S\, \cancel{\mathfrak{n} \nabla \nabla \left(\tfrac{1}{r}\right)} = (S\, \mathfrak{n}\, \nabla)\, \nabla\left(\tfrac{1}{r}\right)$$

$$\cancel{\operatorname{curl}^2 \left(\tfrac{1}{r}\right) = \nabla^2 \tfrac{1}{r}}$$

$$= i \int \cancel{\mathfrak{n}}\, S \operatorname{curl}\left(\tfrac{1}{r}\right) . d\mathfrak{s}$$

Prace przy pracownicach $\mathfrak{n} =$

$\mathfrak{f}$

$$\mathfrak{f} = \int V \frac{\mathfrak{r}\, d\mathfrak{s}}{r^3}$$

$$S\, \mathfrak{n}\, \mathfrak{f} = \int S\, \mathfrak{n}\, V \frac{\mathfrak{r}\, d\mathfrak{s}}{r^3} = \int \underbrace{S\, d\mathfrak{s}\, V \frac{\mathfrak{n}\, \mathfrak{r}}{r^3}}_{= \int d\omega} = \int S\, \mathfrak{r}\, V \frac{\mathfrak{n}\, d\mathfrak{s}}{r^3}$$

$\mathrm{curl}\, \mathfrak{f} = 4\pi u$

$\mathfrak{f} = \mathrm{curl}\, \mathfrak{A}$

~~$\mathrm{curl}^2 \mathfrak{f} = \nabla^2 \mathfrak{f}$~~

$\mathrm{curl}^2 \mathfrak{A} = -\nabla^2 \mathfrak{A} = +4\pi c = 4\pi u$

$\mathfrak{A} = \int \frac{c\, dx}{\ }$ $\left\{ \begin{matrix} F \\ G \\ H \end{matrix} \right.$

$L = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z} = i \int \frac{y - y'}{r^3} dz$

$M =$

$N =$

$M\, dy + N\, dz = 0$

$L = \int \frac{i}{r^2} \sin \theta\, ds = i \frac{V v\, ds}{r^3}$

$\int \frac{S\alpha V v\, ds}{r^3} = \int \frac{S\, ds\, V \alpha v}{r^3}$

Ten jednak nie ma (ciągu) [illegible] tylko [illegible] z [illegible]

$\int i\, d\omega = \int i \frac{S v V \alpha\, ds}{r^3} = \int i \frac{S\, ds\, V v \alpha}{r^3} = \int i \frac{S \alpha\, V v\, ds}{r^3}$

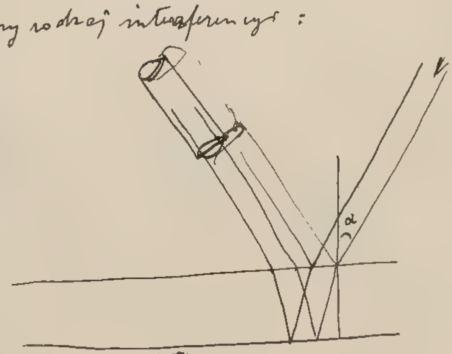
$\frac{\partial i}{r}\, r\, dr$

Gdyby obie płyty || to Δ=0

\/ Δ równe dla wszystkich || promieni

W rzeczyw. światło nie zupełnie || (albo też wychodzące promienie nie zupełnie ||) zatem prążki interf. ||. Jeżeli teraz na drodze jednego promienia inny gaz to zmiana pozycji prążków. Mierzyć albo ~~wskazuje~~ liczyć ich ilość albo kompensując.

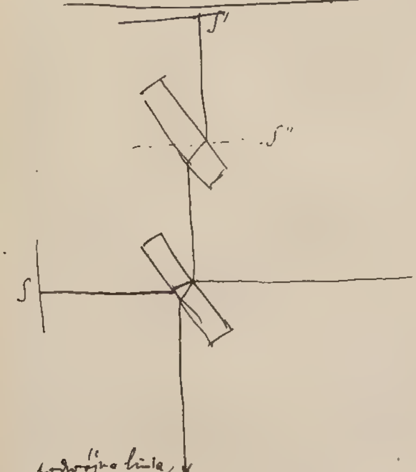
Inny rodzaj interferencyi :



jeżeli ~~zupełnie~~ powierzchnie ||:
wszystkie pod kątem α padające promienie będą mieć tę samą różnicę fazy

ona się zmieni jednak z różnicą kąta α

linie równego nachylenia α



Interferometr Michelsona: tak jak gdyby płyta powietrzna S'S'' odwracając S' można zmniejszać lub powiększać S'S''

Aż do 300000 λ (czerw. Cd)
540.000 (ziel. Hg)

To już ~~...~~ miarą jednorodności światła

podwójna linia

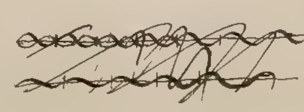
Do n.p. Na: w szkle Newtona: interf. staje się coraz niewyraźniej, niknie, znów powstaje etc.

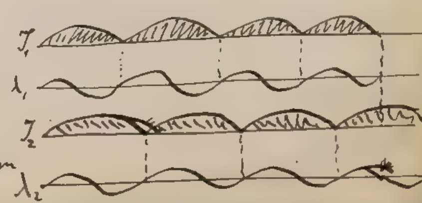
wtedy gdy maxima jednej linji na minima drugiej

zniknęły przy $\delta = 0{\cdot}1445$ m
znów wyraźne $0{\cdot}289$ m

~~$\frac{0{\cdot}1445}{0{\cdot}000589} = 2455$~~

$\lambda_1(n+\frac{1}{2}) = \lambda_2 n$ $\qquad \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda}{2n} = \frac{0{\cdot}000589}{2 . 2455} = 0{\cdot}000\,00012\ m$





Więc stanowi to środek do rozstrzygania czy linie pojed., czy podwójne i wogóle jaki rozkład światła w liniach widmowych, jaka ich szerokość etc.

Fale stojące:

$$A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) = 2A \sin 2\pi \frac{t}{T} \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}$$

więc węzły tam gdzie $\frac{x}{\lambda} = \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}$.

Wiener photogr.

grubość warstwy phot. = $\frac{\lambda}{30}$!

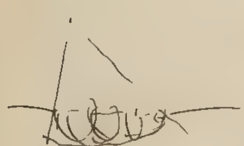
zwierciadło samo tworzy węzeł.

Fotografia w kolorach Lippmanna

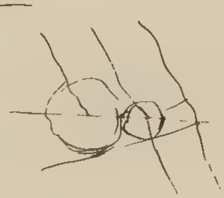
zmiana kolorów przy zwilżeniu warstwy collod.-album. — do czerw.

ukośnej rzeczy danego światła — do fiol.

Zasada Huyghensa: tylko w obwiedni ...



Zadanie:

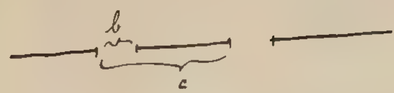


Dwie szpary

$$\cos\alpha - \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$



$$\cancel{J = \frac{a\lambda}{2\pi\sin\beta}\left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\left[\cos 2\pi\delta - 1\right] + \ldots - \sin 2\pi\delta\right]}$$

$$\cancel{+ \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) - \frac{2\pi c\sin\beta}{\lambda}\right]\left[\cos\ldots\right] + \sin\ldots\ldots}$$

$$= \frac{a\lambda}{2\pi\sin\beta}\left[\underbrace{\cos\left(\varphi + \frac{2\pi b\sin\beta}{\lambda}\right) - \cos\varphi}\; + \underbrace{\cos\left(\varphi - \frac{2\pi(b+c)\sin\beta}{\lambda}\right) - \cos\left(\varphi - \frac{2\pi c\sin\beta}{\lambda}\right)}\right]$$

$$\underbrace{\sin\left(\varphi - \frac{\pi b\sin\beta}{\lambda}\right)\cdot\sin\frac{\pi b\sin\beta}{\lambda} + \sin\left(\varphi - 2\frac{\pi(b+c)\sin\beta}{\lambda} + \frac{b}{2}\ldots\sin\beta\right)\sin\frac{\pi b\sin\beta}{\lambda}}$$

$$= \sin\frac{\pi b\sin\beta}{\lambda}\;\sin\left(\varphi + \frac{\pi(2b+c)\sin\beta}{2\lambda}\right)\cos\frac{\pi c\sin\beta}{\lambda}$$

$$J = \left[\frac{ab}{2\ldots}\;\frac{\sin\pi b\frac{\sin\beta}{\lambda}}{\pi b\frac{\sin\beta}{\lambda}}\cdot\cos\pi c\frac{\sin\beta}{\lambda}\right]^2$$

Więc Max. Min. takie same jak poprzednio

a oprócz tego Max $\frac{c\sin\beta}{\lambda} = 0, 1, 2, \ldots$

Min. $\frac{c\sin\beta}{\lambda} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \ldots$

System prążków

$$\frac{a\lambda}{2\pi\sin\beta}\left[\sin\frac{\pi b\sin\beta}{\lambda}\left[\sin\left(\overbrace{\varphi - \frac{\pi b\sin\beta}{\lambda}}^{\varepsilon}\right) + \sin\left(\varepsilon - \frac{\pi c\sin\beta}{\lambda}\right) + \sin\left(\varepsilon - \frac{2\pi c\sin\beta}{\lambda}\right) + \ldots\right]\right]$$

$$2\sin\varepsilon + 2\sin(\varepsilon+\alpha) + 2\sin(\varepsilon+2\alpha) + \ldots + 2\sin(\varepsilon+n\alpha) = 2S$$

$$\sin\varepsilon + 2\left[S - \sin\varepsilon - \sin(\varepsilon+n\alpha)\right]\cos\alpha + \sin(\varepsilon+n\alpha) = 2S$$

$$S = \frac{\left[\sin\varepsilon + \sin(\varepsilon+n\alpha)\right]\left[1-2\cos\alpha\right]}{2(1-\cos\alpha)} - \sin\varepsilon$$

$$S = \sin\left(\varepsilon + \frac{n\alpha}{2}\right) \cos\frac{n\alpha}{2} \frac{[1 - 2\cos\alpha]}{1-\cos\alpha} -$$

$$\text{Ampl.} = \frac{e\lambda}{2\pi\sin\beta} \sin\frac{\pi b \sin\beta}{\lambda} \cos\frac{n\gamma\sin\beta}{2\lambda} \Big[1$$

$$S = \frac{\cancel{\sin\varepsilon} + \sin(\varepsilon+n\alpha) - 2\cancel{\sin}\cos\alpha - 2\sin(\varepsilon+n\alpha)\cos\alpha - 2\sin\varepsilon + 2\sin\varepsilon\cos\alpha}{2(1-\cos\alpha)}$$

$$= \frac{-\sin\varepsilon - \sin(\varepsilon+n\alpha)[1-2\cos\alpha]}{2(1-\cos\alpha)} -$$

$$2\sin(\varepsilon+\alpha)\cdot\cos\alpha = \sin\varepsilon + \sin(\varepsilon+2\alpha)$$

$$2\sin(\varepsilon+2\alpha)\cos\alpha = \sin(\varepsilon+\alpha) + \sin(\varepsilon+3\alpha)$$

$$2 \cdot \cdots$$

$$2\sin(\varepsilon+n\alpha)\cos\alpha = \sin(\varepsilon+(n-1)\alpha) + \sin(\varepsilon+(n+1)\alpha)$$

$$2S\cos\alpha = 2S - \underbrace{\sin\varepsilon}_{+\sin(\varepsilon+\alpha)} + \sin(\varepsilon+(n+1)\alpha) - \sin(\varepsilon+n\alpha) - \sin(\varepsilon+\alpha)$$

$$S = \frac{\sin\varepsilon + \sin(\varepsilon+n\alpha) - \sin(\varepsilon+(n+1)\alpha)}{2(1-\cos\alpha)} = \sin\left(\varepsilon+\frac{\alpha}{2}\right)\cos\frac{\alpha}{2} - \cos\left[\varepsilon+(n+\tfrac{1}{2})\alpha\right]\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{\sin\left(\varepsilon+\frac{n\alpha}{2}\right)\sin\frac{\alpha}{2} - \cos\left(\varepsilon+\frac{n\alpha}{2}\right)\sin\frac{\alpha}{2}}{2(1-\cos\alpha)} = \frac{\sin\left(\varepsilon+\frac{(n+1)\alpha}{2}\right)}{2\sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$= \frac{\sin\left(\varepsilon+\frac{\alpha}{2}\right)\cos\frac{\alpha}{2} - \cos\left(\varepsilon+(n+\frac{1}{2})\alpha\right)\sin\frac{\alpha}{2}}{2(1-\cos\alpha)}$$

$$\sin\varepsilon + \sin(\varepsilon+\alpha)$$

$$+\sin(\varepsilon+n\alpha) - \sin(\varepsilon+n\alpha)\cos\alpha - \cos(\varepsilon+n\alpha)\sin\alpha$$

$$\sin\left(\varepsilon+\frac{\alpha}{2}\right)\cos\frac{\alpha}{2} - \left[\cos\left(\varepsilon+\frac{\alpha}{2}\right)\cos n\alpha - \sin\left(\varepsilon+\frac{\alpha}{2}\right)\sin n\alpha\right]\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$= 2\sin(\varepsilon+n\alpha)\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$-2\cos(\varepsilon+n\alpha)\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$= \sin\left(\varepsilon+\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$= 2\sin\frac{\alpha}{2}\sin\left(\varepsilon+\frac{n-1}{2}\alpha\right) + 2\sin\left(\varepsilon+\frac{\alpha}{2}\right)\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{\sin\left(\varepsilon + \frac{n+1}{2}\alpha\right)\sin\frac{n\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \cancel{\sin\left[\frac{\varepsilon}{2} + (n+\tfrac{1}{2})\alpha\right]\cos\varepsilon}$$

$$= \frac{\left[\cos\left[\varepsilon + (n+\tfrac{1}{2})\alpha\right] - \cos\left(\varepsilon + \frac{\alpha}{2}\right)\right]\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}\ \sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$= \sin\left[\varepsilon + (n+1)\alpha\right] - \sin\left[\varepsilon + n\alpha\right] - \sin(\varepsilon + \alpha) - \sin\varepsilon$$

$$I = a^2 b^2 \left(\frac{\sin\frac{\pi b u}{\lambda}}{\frac{\pi b u}{\lambda}}\right)^2 \left(\frac{\sin n\frac{c\pi u}{\lambda}}{\sin\frac{c\pi u}{\lambda}}\right)^2$$

$$u = 0 : \quad J = (abn)^2$$

$$u = \frac{m\lambda}{b+c} \qquad J = (abn)^2 \left(\frac{\sin\frac{m b\pi}{c}}{\frac{m b \pi}{c}}\right)^2 \qquad \text{Max. II}$$

~~Max~~ $u_0 = 0 \quad u_1 = \frac{\lambda}{b+c} \quad u_2 = \frac{2\lambda}{b+c}$ —

Max. I: $u_0 = 0 \quad u_1 = \frac{\lambda}{b} \quad u_2 = \frac{2\lambda}{b}$ —

Minim. III $u_1 = \frac{\lambda}{n(b+c)} \quad \frac{2\lambda}{n(b+c)}$ ...

między niemi Max. III

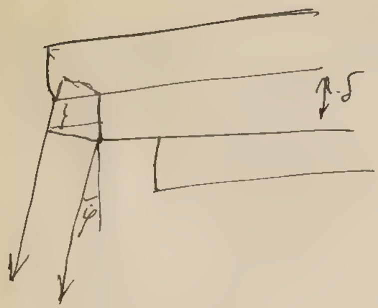
λ ~~prop~~ u widmo normalne

szer. prob

2gie i trzecie widmo już zakrywają się [illegible]

czem większe n tem większy pęk

Rowland $\frac{1700}{mm}$ [illegible]



$n\delta = \delta \cos\varphi + a \sin\varphi$ jeśli to $= k\lambda$

dla φ małych : $k\lambda = (n-1)\delta$ prawie

$k\,d\lambda = \delta\,dn + (\delta \sin\varphi + a\cos\varphi)\,d\varphi'$

jeśli φ małe : $d\varphi' = \dfrac{k\,d\lambda - \delta\,dn}{a}$

$= \dfrac{\delta}{a}\left[(n-1)\dfrac{d\lambda}{\lambda} - dn\right]$

Jeśli otwór w kształcie koła : prążki

pierwsze ciemne pod kątem $\varphi = 0{\cdot}61\,\dfrac{\lambda}{r}$ ← promień objektywu

n. p. $\lambda = 0{\cdot}00056$ —

$\varphi = \dfrac{1{\cdot}2'}{r\,(\text{mm})}$ n. p. $r = 20$ cm $\varphi = 0{\cdot}7''$

Oko ludzkie $r = 2$ $\varphi = 0{\cdot}42'$

$\lambda' = \dfrac{\lambda}{n} = \dfrac{\lambda}{1{\cdot}4}$

Cauchy $\frac{1}{n^2} = A - \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} +$

Briot : $= a - b\frac{n^2}{\lambda^2} + c\frac{n^4}{\lambda^4} + k\frac{\lambda^2}{n^2}$

Wüllner : $= 1 - P\lambda^2 + \Omega\frac{\lambda^4}{\lambda^2 - \lambda_m^2}$

Ketteler : $= a^2 + \frac{M_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} - k\lambda^2$

$\sigma = \frac{1}{2} f(r-at)$ $\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}$ $\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^k = (1+\sigma)^k$ 57

$\frac{\partial p}{\partial x} = p_0 \, k \, (1+\sigma)^{k-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x}$

~~$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = - p_0$~~

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= - a^2 \frac{\partial \sigma}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= \\ \frac{\partial w}{\partial t} &= \end{aligned}\right\}$$

$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}$

$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$

$\sigma = \frac{A}{r} \sin \frac{(r-at)}{\lambda} \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$

$\frac{\partial v}{\partial t} = + a^2 A \left[\frac{\sin}{r^2} + \frac{\cos}{r} \cdot \frac{2\pi}{\lambda}\right]$

$v = a A \left[\frac{-\cos(r-at)}{r} \cdot \frac{\lambda}{2\pi} - \frac{\sin(r-at)}{r}\right] + \ldots$

~~$\int_{\lambda}^{\lambda+1} r^2 v^2 \, dw \, dr = a^2 A^2$~~

$\frac{A}{r_1} \sin \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - at)$

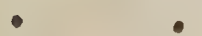
$v = \frac{aA}{r_1} \sin \frac{2\pi}{\lambda}(r-at)$

$\int_{r=n\lambda}^{r=(n+1)\lambda} \frac{1}{2}\rho v^2 \, dr = \frac{a^2 A^2}{r_1^2} \int \sin^2 \ldots dr = \frac{a^2 A^2}{r_1^2} \int \frac{1-\cos 2}{2} \, dr = \frac{a^2 A^2}{r_1^2} \frac{\lambda^2}{2\,2\pi}$

$= \frac{a^2 A^2 \lambda^2}{4\pi r_1^2}$

Czemu dwie trąby nie 4 razy tak głośno jak jedna?

1). Przyjmując amplitudę równości tonu: interferencja.



$$\sigma = \frac{A}{r_1}\cos(r_1 - at) + \frac{B}{r_2}\cos(r_2 - at)$$

$$A = B$$
$$r_1 \neq r_2$$

$r_1 - at = r_2 - at + \pi$

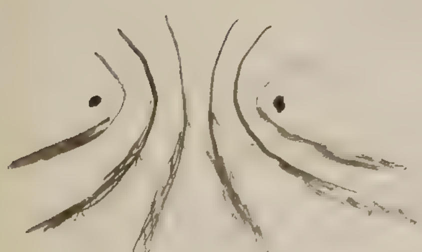
$r_1 - r_2 = \frac{\lambda}{2}$ więc amplituda albo minimalne natężenie

$\sigma = 0$

$r_1 - at = r_2 - at$

$r_1 - r_2 = 0$, ...

$\sigma = \frac{2A}{r}\cos(r_1 - at)$ podwójna ~~amplituda~~



$< \lambda$

2). W rzeczywistości jednak zawsze mała różnica wysokości, tak że ową mieszaninę wydaje dudnienia

$$\sigma = m \sin 2\pi n t + n \underbrace{\sin 2\pi(n+1)t}_{\sin 2\pi n t \cos 2\pi t + \cos 2\pi n t \sin 2\pi t}$$

$$= \sin 2\pi n t \cdot (m + n \cos 2\pi t) + \cos 2\pi n t \cdot n \sin 2\pi t$$

$$= A \sin(2\pi n t + \delta)$$

$$\left.\begin{aligned} A\cos\delta &= m+n\cos 2\pi t \\ A\sin\delta &= n\sin 2\pi t \end{aligned}\right\} \quad A^2 = m^2+n^2+2mn\cos 2\pi t$$

$\operatorname{tg}\delta =$

$6 = m\left[\sin 2\pi n t + \sin 2\pi(n+m)t\right]$

$= -\frac{m}{2}\sin 2\pi\left(\frac{n+m}{2}\right)t \cdot \cos\frac{2\pi m t}{2}$

$2(\sin\alpha+\sin\beta) = \cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$= \cancel{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}}$

$- \cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}$

$\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\left[\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right]\left[\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}+\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right]$

$= \sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\cancel{\cos^2\frac{\beta}{2}} + \cancel{\cos^2\frac{\alpha}{2}}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}$

$+ \cancel{\sin^2\frac{\alpha}{2}}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \cancel{\cos^2\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}}$

$\cancel{\sin(2\pi n t + 2\pi t + \delta)}$

$\cancel{A\sin 2\pi n t}$

mehr Gleichungen

$$\frac{1}{n}\frac{d^2y}{dt^2} = F(y)\,dy$$

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 - \frac{c^2}{n} = \int_\infty^0 F(y)\,dy$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{\sin^2\alpha + \frac{1}{c^2}\int F(y)\,dy}}$$

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{4\mu}{3} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial x}$$

$$p = p_0 + a^2 \rho_0 \sigma$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{4\mu}{3\rho_0} \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} = 0$$

$$\cancel{u = e^{i\alpha t}}$$

$$\cancel{-\alpha^2 f - a^2 \frac{d^2 f}{dx^2} - i \frac{4\mu}{3\rho_0} \alpha \frac{d^2 f}{dx^2} = 0}$$

$$u = e^{i\alpha t + \beta x}$$

$$-\alpha^2 - a^2 \beta^2 - \frac{4\mu}{3\rho_0} i \beta^2 \alpha = 0$$

$$\beta = \gamma + i\varepsilon$$

$$-\alpha^2 - a^2(\gamma^2 - \varepsilon^2) + \frac{4\mu}{3\rho_0} 2\gamma\varepsilon\alpha = 0$$

$$-2a^2\gamma\varepsilon - \frac{4\mu}{3\rho_0} \alpha (\gamma^2 - \varepsilon^2) = 0$$

$$\gamma^2 - \varepsilon^2 = \frac{\alpha^2 a^2}{a^4 + \frac{16\mu^2\alpha^2}{9\rho_0^2}} \neq \frac{\alpha^2}{a^2}$$

$$2\gamma\varepsilon = \frac{\frac{4\mu\alpha^3}{3\rho_0}}{a^4 + \frac{16\mu^2\alpha^2}{9\rho_0^2}}$$

$$\xi = \frac{\alpha}{a} \qquad \gamma = {}^2\mu$$

Hoje d.

	α	β	60
H_2	35°50'	80	80:0
	25°	70	60°22'
CO_2	35°50'	49°50'	48°19'
	25°	33°20'	32°33'

Pondition- wode

$p_0 = p_0(1 + k\,6)$

$\rho = \rho_0(1+\beta p)$

$\sigma = \rho_0 \beta p$

$| \; \cancel{p = p_0(1+k_1 6_1)}$

$k_1 = 0{\cdot}00005 \cdot 10^{-6}$

$\cancel{a^2 = \sqrt{\frac{p_0 k_1}{\rho_0}}} =$

$\rho = \rho_0\left[1+\beta(p-p_0)\right]$

$\beta(p-p_0) = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 = 6$

$p = p_0 + \frac{6}{\beta} = p_0\left[1+\underbrace{\frac{6}{\beta p_0}}_{k_1}\right]$

$a_1^2 = \sqrt{\frac{1}{\beta \rho_0}} = \sqrt{2} \cdot 10^5$

$k_1 = \frac{1}{\beta p_0} = 2 \cdot \frac{10^{10}}{10^6} = 2 \cdot 10^4$

$$A'' = A' \left.\frac{k_1 \sin 2\lambda' - k \sin 2\lambda_1}{k_1 \sin 2\lambda' + k \sin 2\lambda_1}\right|_{\lambda'=0} = \frac{k_1 a - k a_1}{k_1 a + k a_1}$$

$$A_1 = \frac{k(A'+A'')}{k_1} = \frac{k}{k_1} \frac{2k_1 a}{k_1 a + k a_1} = \frac{2ka}{k_1 a + k a_1}$$

k_1 bardzo duże A_1 bardzo małe

$A_2 = 10^{-4} A'$

$$(A'-A'')\sin 2\lambda' = A_1 \sin 2\lambda_1 \quad \Big| \; k_1$$
$$k\,(A'+A'') = k_1 A_1 \quad \Big| \; \sin 2\lambda_1$$

$$A'\left(k_1 \sin 2\lambda' - k \sin 2\lambda_1\right) = A''\left(k_1 \sin 2\lambda' + k \sin 2\lambda_1\right)$$

Je-li $k = k_1$

$$A'' = A' \frac{\sin 2\lambda' - \sin 2\lambda_1}{\sin 2\lambda' + \sin 2\lambda_1} = A' \frac{\sin\lambda' \cos\lambda' - \sin\lambda_1\cos\lambda_1}{+}$$

$$\cancel{\frac{\operatorname{tg}\vartheta - \operatorname{tg}\vartheta'}{\operatorname{tg}\vartheta + \operatorname{tg}\vartheta'}} \qquad \cancel{\frac{\sin\lambda'}{\cos\lambda'}} \quad \cancel{\frac{\sin\lambda_1}{\cos\lambda_1}}$$

$$= A' \frac{\sin(\lambda+\lambda')\cos(\lambda-\lambda')}{\cdot\,\cdot}$$

$$= A' \frac{\operatorname{tg}(\lambda-\lambda_1)}{\operatorname{tg}(\lambda+\lambda_1)}$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\perp : A' \frac{1-\frac{\lambda_1}{\lambda}}{1+\frac{\lambda_1}{\lambda}} = A' \frac{1-\frac{a_1}{a}}{1+\frac{a_1}{a}}$$

a : $a_1 = H_1$

$A' = -0.5833\ A$

$J'' = 0.3402\ J'$

$$A_1 = A' \; 1 + \ldots = 2A' \frac{\sin 2\lambda'}{\sin 2\lambda' + \sin 2\lambda_1}$$

$a = a_1$ $\quad \lambda = \lambda_1$

$\cancel{A' - A'' = A_1}$

$\cancel{k(A'+A'') = k_1 A_1}$

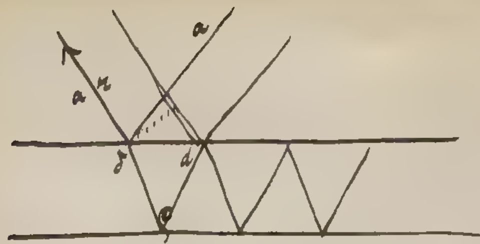
$A' = A''$

$\rho'' = \rho'$ $\qquad a^2 = k\frac{\mu}{\rho}$

$a^2 : a'^2 = (k : k_1)$

$$(A'-A'')\sin 2\lambda' = A_1 \sin 2\lambda_1$$
$$(A'-A'')\sin^2\lambda = A_1 \sin^2\lambda_1$$

$$A'' = A' \frac{\operatorname{tg}\lambda_1 - \operatorname{tg}\lambda}{\operatorname{tg}\lambda_1 + \operatorname{tg}\lambda} = \frac{\sin(\lambda_1 - \lambda)}{\sin(\lambda_1+\lambda)}$$



$a\,n\,\sin\varphi$

$a\,d\,\rho\,\delta\,\sin(\varphi-2\varepsilon)$

$a\,d\,\rho^3\delta\,\sin(\varphi-4\varepsilon)$

$a\,d\,\rho^5\delta\,\sin(\varphi-6\varepsilon)$

$$\frac{d^2\Sigma}{d\varphi^2}=-\Sigma$$

$$\left(\frac{d\Sigma}{d\varphi}\right)^2=-\Sigma^2+C$$

$$\frac{d\Sigma}{\sqrt{C-\Sigma^2}}=d\varphi$$

$$\arcsin\frac{\Sigma}{a}=\varphi+b$$

$$\Sigma=a\cos(\varphi+b)$$

$$\Sigma=m\cos\varphi+m^2\cos2\varphi+m^3\cos3\varphi+\cdots$$

$\varphi=0$

$$\Sigma=m+m^2+m^3+\cdots=\frac{m}{1-m}\qquad a\cos b=\frac{m}{1-m}$$

$\cancel{\varphi=\pi}$ $\quad \cancel{\Sigma=-m+m^2-m^3+-\cdots}$

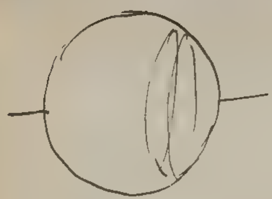
$$\cancel{=\frac{m^2}{1-m^2}-\frac{m}{1-m^2}=\frac{m^2-m}{1-m^2}=-\frac{m}{1+m}}$$

$$\cancel{\Sigma\,a\cos(\pi+b)=-a\cos b=-\frac{m}{1+m}}$$

$\varphi=\frac{\pi}{2}$ $\quad \Sigma=m^2\cos\pi+m^4\cos2\pi+\cdots$

$$=-m^2+m^4-m^6+m^8=\frac{m^4}{1-m^4}-\frac{m^2}{1-m^4}=-\frac{m^2}{1+m^2}=-a\sin b$$

$$a^2=\frac{m^2}{(1-m)^2}+\frac{m^4}{(1+m^2)^2}=$$



$$\overbrace{2\pi a^2 d\varphi \sin\varphi \,.\, 6}^{e}\ \frac{2\pi a \sin\varphi}{T}\ \overbrace{\frac{\sin\varphi}{a^2}}^{u}$$

$$= \frac{4\pi^2 a 6}{T}\int_0^{\pi} \sin^3\varphi\, d\varphi = \frac{16\pi^2 a 6}{3T}$$

czy elektrost. [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] magn.

$$-4\pi 6 = \frac{\partial V}{\partial n}$$

$$\frac{4\pi a}{3T}\ \frac{\partial V}{\partial n}$$

[illegible] $\frac{a\pi}{2} = 10^{7} m = 10^{9} cm$

$T = 86400$

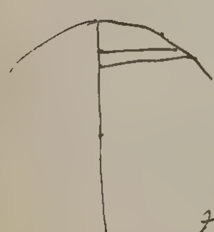
$\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{600 V}{1 m} = 0{\cdot}02$

$$H = \frac{8 \,.\, 10^9 \,.\, 0{\cdot}02}{2{\cdot}6 \,.\, 10^5} = \frac{1}{2}\ 10^3 \ \text{(elekt)}$$

$$= \frac{1}{6}\ 10^{-7} \ \text{(elmag)}$$

$$\int_0^a \frac{n.\, 2\pi r\, dr\, 6}{r} = 2\pi n 6 a = \frac{\pi a^2 6 .\, n}{\frac{a}{2}}$$

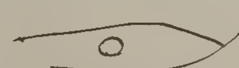
[illegible] $\int 2\pi r\, dr\, 6.\ \frac{2\pi n}{T}\ \frac{1}{r^2}$



$$6 = \cancel{\frac{\varphi}{2\pi\sqrt{a^2 - r^2}}}\quad \frac{\varphi}{2a\pi\sqrt{a^2 - r^2}}$$

$F =$

Ho[illegible]



Równania [illegible] magn. i elektr.

$$4\pi i = \cancel{}\ \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + 4\pi \rho u = c\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{H}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \mathrm{div}\,\mathfrak{E}\cdot u = c\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{H}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = - c\,\mathrm{curl}\,E$$

$$\mathfrak{E} = E + V u\,\mathfrak{H}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = -(\nabla u)\,\mathfrak{E} \quad = -\,\mathfrak{E}\,\mathrm{div}\,u + V\mathrm{curl}.$$

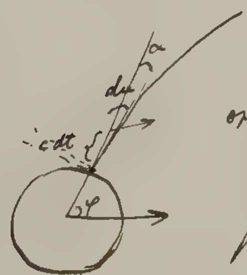
$$\mathfrak{H} =$$

$$T_{u'} - T_u = m_u \frac{du}{dt} ds \qquad m_u^{2)} = \frac{\sqrt{2T}}{u}$$

$$= m_u \frac{ds}{dt} du$$

$$m_u^{1)} = \frac{1}{u} \frac{dT}{du} \qquad m_{tr} = \frac{F\,R}{u^2}$$

longitud. 20



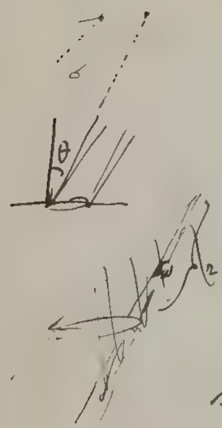
opóźnienie ruchu powoduje skrzywienie linij siły

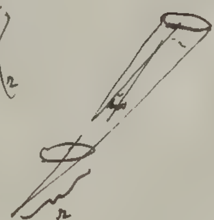
$$\alpha = \frac{du}{dt}\frac{\cos\varphi}{c}$$

$$\frac{e}{a^2} \cdot \int 2\pi a^2 \sin\varphi \, d\varphi \cdot \frac{eu \sin\varphi}{a^2} \frac{du}{dt} \frac{\cos\varphi}{c} = \frac{2\pi}{a^2} \frac{e^2 u}{c} \frac{du}{dt} \frac{2}{3}$$

$$= \frac{4\pi}{3} \frac{e^2 u}{a^2 c} \frac{du}{dt}$$

$$\frac{e^{-\alpha r'}}{r^2}\, r^2\, d\omega \overset{dr}{\ } \cos\varphi \; \cancel{\ }$$





$$\frac{e^{-\alpha r}}{R^2} \cos RN \quad dS' . d\omega \qquad R = r + R'$$

$$R^2\, dR\, d\omega$$

$$dS \cos RN \int e^{-\alpha r}\, dr \; . \; \omega$$

$$\omega = \frac{dS \cos ns}{R'^2}$$

$$\cos RN \cos ns$$

$$\frac{mv^2}{r} = kr + \frac{evH}{c^2}$$

$$v = \cancel{\ } r\omega$$

$$= 2\pi r n$$

$$\frac{\lambda_{D_1} - \lambda_{D_2}}{\lambda} = \frac{1}{1000}$$

$$m\omega^2 r = kr + \frac{e\omega r H}{c^2}$$

$$\omega = 2\pi n$$

$$= \frac{2\pi c}{\lambda}$$

$$\omega^2 + \frac{e}{m}\omega H = \frac{k}{m}$$

$$\omega = -\frac{eH}{2m} \pm \sqrt{\frac{k}{m} + \left(\frac{eH}{2m}\right)^2}$$

$D_1 \; D_2 \quad H = 22400$

$$\omega_1 - \omega_2 = -\frac{eH}{m} = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda} c$$

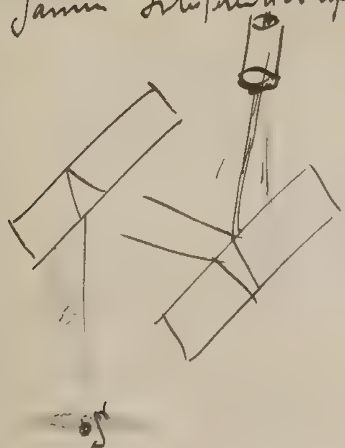
$$\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda} = \frac{\cancel{2}\ 1}{8900}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{\cancel{4}\ 0{\cdot}6 . 10^{-4} . 3.10^{10}}{9000 . 2{\cdot}2 . 10^{4}}$$

$\cancel{\ } = i\, V_n \cancel{\ }$

$$= \cancel{\ }\ \frac{10^6}{10^8}$$

Jamin Interferential refractor



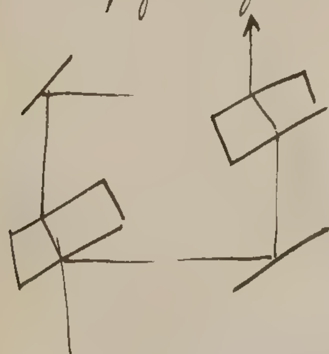
$$\varepsilon = \frac{4\pi\delta}{\lambda'}(\cos\beta_1 - \cos\beta_2)$$

prążki zależni od nachylenia fal.

korzyść że pomimo znacznie odległ.

największe różnice (n) można mierzyć

Jamin lepiej według Mache



Lippmann fot. nat. barw.   Coll. album. ...

warstwy $\frac{\lambda}{2}$ więc światło odbite ma rodzaj λ

$\frac{\lambda}{2}$

$\frac{\lambda}{3}$ &c.

oświetleni mienione zatem nie całkiem dokładnie barwy

[nie widać warstw 3–5

Odwilgocenie : barwy ku czerw. końcowi } przesuwają się

nachylenie : ku fiol.

$a\cos\alpha + a\frac{d\delta}{de}\left[\rho^2 \ldots (k+1) + \ldots\right]$

$\rho^2\cos t + \rho^4\cos 2t + \ldots = e \ldots = S_1$

$\rho^2\sin t + \rho^4\sin 2t + \ldots \quad S_2$

$\rho^2 e^{it} + \rho^4 e^{2it} + \rho^6 e^{3it} + \ldots = \rho^2\cos t + \rho^4 \ldots + \ldots = S_1 + iS_2$

Optyka

Histor. Emanat. Undul.

$\overset{\cancel{\div}}{\pm} 5808^{sec}$

$\left(\begin{array}{l}996\,sec\\1002\,sec\end{array}\right.$ $\therefore$ $\lambda = 29.73 \cdot 10^5\,km$

Glasenapp

1) Olaf Römer <u>1675</u> Newton i Huyg. potw. podczas gdy Cassini i Maraldi sprzeciwiali się

$\delta = 8^m\,18.2^s$

Glasenapp $8^m\,20.8^s$ $\pm \frac{2}{1000}$ Parallaxa ziemi: Encke 1824: $8.57''$

Newc. $8.85'' \pm \frac{1}{100}$

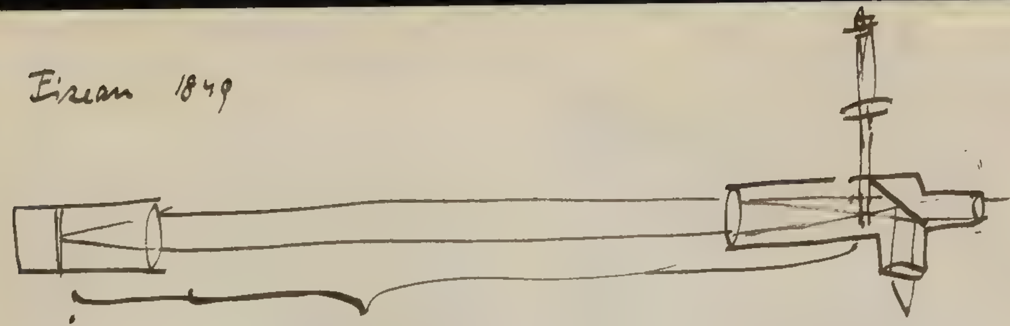
$v = 297.100\,km \pm \frac{1}{2}-1\,\%$ Zapewne Michte odwrotnie się będzie mniejsza rozmiary astron. przez fizyka

2) Bradley 1727 metod. poul. gwiazd

$\alpha = 20.25''$ Gill: $20.496'' \pm \frac{1-2}{1000}$

$$v = \frac{u}{tg\,\alpha} = \frac{2\pi R}{T\,tg\,\alpha} = 298.200\,km$$ ale znów zależne od paralaxy!

3). Fizeau 1849



$2l$ = droga

2 ilość zębów

$$\frac{2l}{V} = \frac{1}{2nz} = \frac{2}{2n_1 z} = \frac{4}{2n_2 z}$$

n gdy znika
n_1 znów się ukazuje

$$V = 4lnz = 4l\frac{n_1}{2}z = 4l\frac{n_2}{4}z \; --$$

$l = 8{\cdot}633$ km

$z = 720$

$n = 12{\cdot}6$

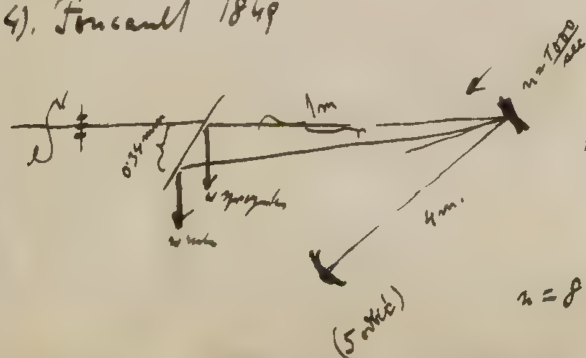
$v = 313\,300$ km

Cornu rejestracja przy pomocy elektryczności, tak samo obroty

n aż do 1600 [zatem n_{21}

(1874) średnia wartość 299950 ± 400

4). Foucault 1849



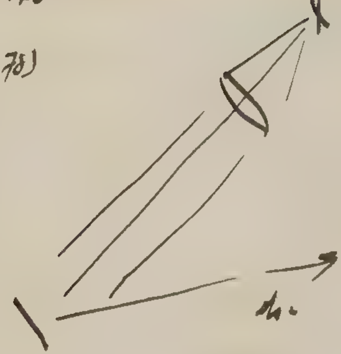
przy każdym obrocie obraz się 1 raz
od z powrotem wysyła – ciągły

$n = 800$

$c = 298\,000$ km

Michelson

(1878)



$l = 600$ m

przesunięcie 133 mm

$v = 299\,895$

Newcomb (1885) 299 860

Średnia fizyczna: $v = 299\,890 \pm 30$

Podczas gdy astron.: 297 630 zatem przeciwdz. odl. ☉ ∴ teorię ...

α Centauri 3 ¼ lat.

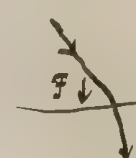
Sirius 17

~~Teorya~~ emis. v(woda) > v(pow.)

undul. .. < ...

We wodzie Fizeau i Foucault ~~...~~ 3:4

Michelson 1·33



Niezal. od natężenia (Lippich) (Ebert) interf.

czerw.: 1·4% 2·5% > niebiesk. (Michelson)

woda CS_2

W próżni niezal. od koloru zaciemn. ☉

$0{\cdot}434 \pm 0{\cdot}02$

$\frac{n^2-1}{n^2} = 0{\cdot}438$

Optyk.

Undul.: $6 = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

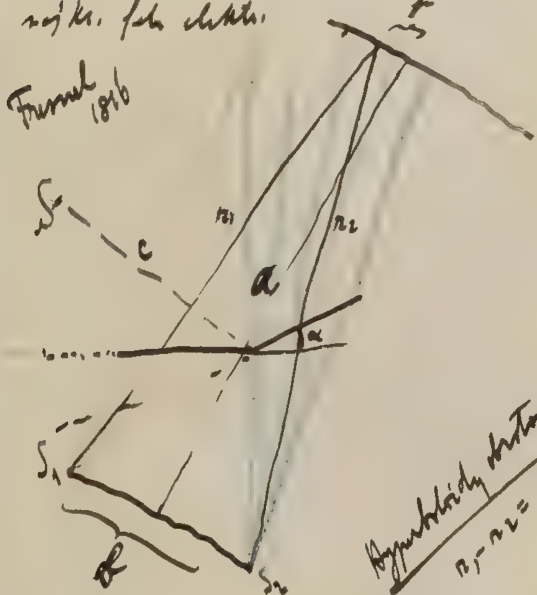
λ prof. (Vacuum ≷ Schumann) ~~[illegible]~~	0·1 μ
bez V.	0·185
nieb. kończ.	0·33
H_2 nieb.	0·486
Na	589
H_2 czerw.	656
czerw. kończ.	8..
najdł. fale cieplne (Rubens, [illegible])	60.–
najkr. fale elektr.	6000

$b = \frac{a \Delta r}{p} = \frac{100 \cdot 10^{-4}}{10^{-1}}$

$= 10^{-1}$

10 cm

Fresnel 1816



Hyperbolidy dostarcza [illegible] $S_1 S_2$

$r_1 - r_2 =$

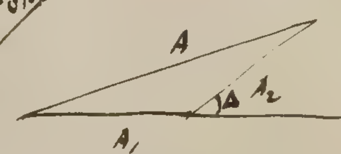
Kwadrat = miara natężenia; natężenie [illegible] $\frac{1}{r^2}$

$A_1 = \frac{\cdot}{r^2}$

$A_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right) + \qquad \frac{r_2}{\lambda} =$

$= A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \delta\right)$

$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos \underbrace{2\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right)}_{=\Delta}$



max. $\Delta = 0,\ 2\pi \ldots$

min

$r_1^2 = \left(\frac{b}{2} - p\right)^2 + a^2$

$r_2^2 = \left(\frac{b}{2} + p\right)^2 + a^2$

$r_1^2 - r_2^2 = (r_1 - r_2)(r_1 + r_2) = -2bp$

$r_1 - r_2 = \frac{bp}{a}$

$p = \pm \frac{a}{b}\frac{\lambda}{2},\ 3\frac{a}{b}\frac{\lambda}{2},\ 5 \ldots$

|| Żarówka kolorowa z wszystkiemi 0
zamiast ekranu lupa; [illegible] przy
ujęciu

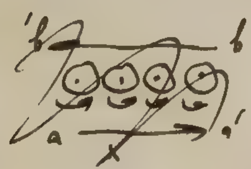
Ogólne wzory wektorowe, różne interpretacje

I prawo indukcji

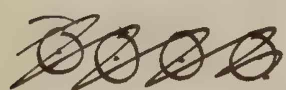
II prawo elektromagn. (praca)

III. prąd składa się z . ; taki prąd polegający na ruchu elektronów.

w ogóle równania różniczkowe



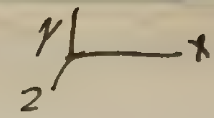
prądy koło nas, powstające; tworzą siły magn. a a', b b' powstawanie tychże wytwarza siły elektr.

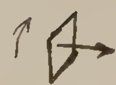


przeciwdziałające pierwszym a w różnym kierunku.

Boltzmann
Poincaré Elektr. & Opt.
Föppl - Abraham
Heaviside
Hertz Wied. Ann. 40 p. 577, 41 p. 369
Cohn
(Thomson
Silberstein
Lorentz Encykl.
Helmholtz

$$\overbrace{i\,w}^{E} = -\frac{d\varphi}{dt}$$





$$\mu\frac{\partial L}{\partial t} = \cdot\left(\frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}\right) dy\,dz$$

$$4\pi i = \int F_s\, ds \qquad 4\pi u\; dy\,dz = \left(\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}\right) dy\,dz$$

$$u = \lambda(X-X') + \frac{K}{4\pi}\frac{\partial X}{\partial t}$$ z tarcie dan–

$$-4\pi\sigma = KX$$ | w kondensatorze

$$K\frac{\partial X}{\partial t} = 4\pi u$$

równie wiele ze wskutek powierzchni

$$u = \frac{K}{4\pi}\frac{\partial X}{\partial t}$$

$$\left.K\frac{\partial X}{\partial t} + 4\pi\lambda\,(X - X') = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}\right\}$$

$$W = \int\frac{K}{8\pi}(X^2+Y^2+Z^2)\,dv + \int\frac{\mu}{8\pi}(L^2+M^2+N^2)\,dv$$

$$r_n = r_{n-1} + \frac{\lambda}{2}$$

$$\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+r_{n-1}}{\lambda}\right) - \pi\right]$$

$$s_{p_n} = \int_{r_{n-1}}^{r_n} = \frac{k_n \lambda A}{a+b}\left\{\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+r_{n-1}}{\lambda}\right) - \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+r_n}{\lambda}\right)\right\}$$

$$= (-1)^{n+1}\frac{2k_n \lambda A}{a+b}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+b}{\lambda}\right)$$

$$s_{p_n} = s_1 - s_2 + s_3 - s_4 \cdots$$

$$= \frac{s_1}{2} + \left(\frac{s_1}{2} - s_2 + \frac{s_3}{2}\right) + \left(\frac{s_3}{2} - s_4 + \frac{s_5}{2}\right) + \cdots \qquad + \frac{s_n}{2}$$

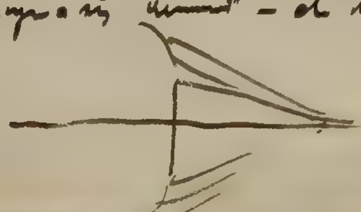
$$= s_1 - \frac{s_2}{2} - \left\{\left(\frac{s_2}{2} - s_3 + \frac{s_4}{2}\right) + \left(\frac{s_4}{2} - s_5 + \frac{s_6}{2}\right) + \cdots \right\}.$$

$$\frac{s_1}{2} < s_{p_n} < s_1 - \frac{s_2}{2}$$

$$\frac{s_1}{2} > s_{p_n} > s_1 - \frac{s_2}{2}$$

$$s_{p_n} = \frac{s_1}{2} = \frac{k_1 \lambda A}{a+b}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+b}{\lambda}\right)$$

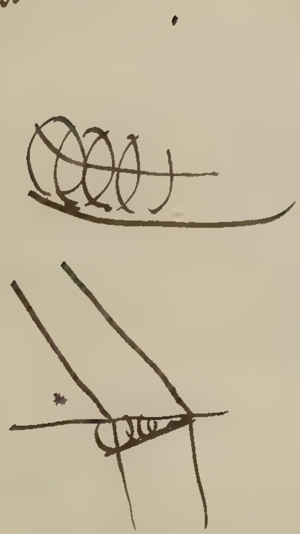
Więc można by myśleć że ustawiając ekran w | objętości połowy strefy pierwszej otrzyma się „cień" – ale to nieprawda



zawsze jasność na osi jeśli nie dopełnia k… jest znaczna i jeśli krótki ~~…~~ geometryczne światło słabo!

Uginanie (Beugung)

Huyghens



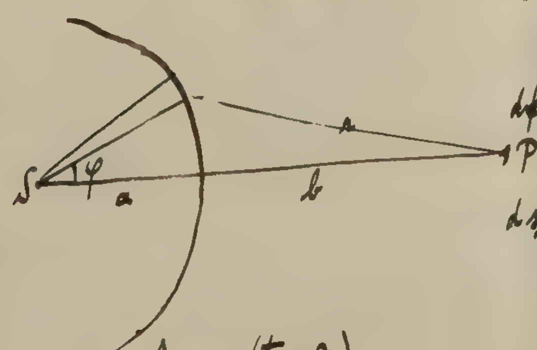
Tworzenie się promieni ?

Jednak: 1). Atakiw z drugiej strony otworu

2). Czemu przy wąskich otworach ugięcie ?

[illegible] ?

Fresnel: zasada że fale elementarne interferują



$$df = 2\pi a^2 \sin\varphi \, d\varphi$$

$$ds_p = \frac{2\pi a^2}{r} \sin\varphi \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+r}{\lambda}\right) d\varphi$$

$$s = \frac{A}{a} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a}{\lambda}\right)$$

$$r^2 = (a+b)^2 + a^2 - 2(a+b)a\cos\varphi$$

$$\cancel{2}r\,dr = +\cancel{2}a(a+b)\sin\varphi\, d\varphi$$

$$ds_p = k \cdot \frac{2\pi a}{a+b} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+r}{\lambda}\right) dr$$

§

$$r_0 = b + \frac{\lambda}{2}$$

$$r_1 = r_0 + \frac{\lambda}{2}$$

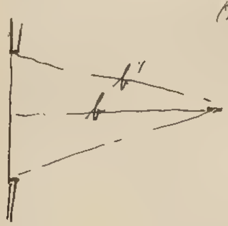
$$r_2 = r_1 + \frac{\lambda}{2}$$

W przestrzeni ~~nieobrotnej~~ otwartej zatem ten sam skutek jak gdyby bezpośrednio wychodziła fala.

1). Jeśli ekran w kształcie krążka zawsze jasno; bo

$$S = \pm\left[\frac{b_n}{2} + \left(\frac{b_n}{2} - b_{n+1} + \frac{b_{n+2}}{2}\right) + \dots\right] = \pm\frac{b_n}{2}$$ (dowód nadzwyczaj nie za dużo)

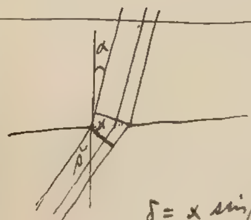
2) Jeśli dziura okrągła, to zależy od tego czy ilość stref parzysta czy nieparzysta promieni świetlnych:



$$b' - b = m\frac{\lambda}{2}$$

W odległości ∞ $b'-b=0$

zatem gdy pierwszy raz ~~punkt ciemny~~ środek ciemny to $b'-b=\lambda$



$$\int_0^b a\,dx\cos\alpha\,\sin 2\pi\left[\left(\frac{t}{\tau}-\frac{x}{\lambda}\right)-\frac{x(\sin\beta-\sin\alpha)}{\lambda}\right]$$

$$\delta = x\sin\beta + (b-x)\sin\alpha - b\sin\alpha = x(\sin\beta-\sin\alpha)$$

$$= \frac{a\cos\alpha\,\lambda}{2\pi(\sin\beta-\sin\alpha)}\left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau}-\frac{x+b(\sin\beta-\sin\alpha)}{\lambda}\right)-\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau}-\frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

$$= \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau}-\frac{x}{\lambda}\right)\left[\cos 2\pi\delta - 1\right] + \sin\cdot\sin 2\pi\delta$$

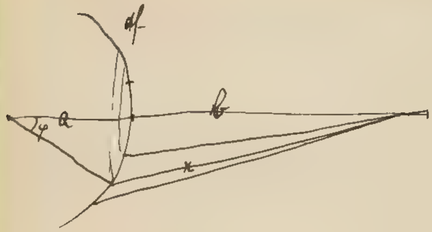
$$J = \frac{a^2\cos^2\alpha\,\lambda^2}{\left[2\pi(\sin\beta-\sin\alpha)\right]^2}\left[1+1-2\cos 2\pi\delta\right] = \frac{a\cos\alpha\,\lambda}{\pi(\sin\beta-\sin\alpha)}\sin^2\frac{\pi b(\sin\beta-\sin\alpha)}{\lambda}$$

$$= \frac{a^2b^2\cos^2\alpha}{1}\,\frac{\sin^2\delta}{\delta^2} = \left[ab\cos\alpha\,\frac{\sin\delta}{\delta}\right]^2$$

Maxima promieni. $1^2 \quad \frac{1}{9\pi} \quad \frac{1}{25\pi} \dots$

$$1 \quad \frac{1}{3^2} \quad \frac{1}{5^2} \quad \frac{1}{7^2}$$

Fresnel



$$\cos\varphi = \frac{r^2 - a^2 - (a+b)^2}{2a(a+b)} = \frac{r^2 - b^2 - 2ab - 2a^2}{2a(a+b)}$$

$$\sin\varphi \, d\varphi = \frac{r\,dr}{a(a+b)}$$

$$df = 2\pi a^2 \sin\varphi \, d\varphi = \frac{2\pi a r\,dr}{a+b}$$

$$\sigma_a = \frac{A}{a} \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{a}{\lambda}\right)$$

$$d\sigma = df\, k \frac{A}{ar} \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{a+r}{\lambda}\right) = \frac{2\pi A}{a+b} k \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{a+r}{\lambda}\right) dr$$

$$\sigma_n' = \int_{r_{n-1}}^{r_n} = \frac{k_n \lambda A}{a+b}\left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{a+r_n}{\lambda}\right) - \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{a+r_{n-1}}{\lambda}\right)\right]$$

$$r_{n-1} = b + \frac{n-1}{2}\lambda \quad \Big\| \quad r_n = b + \frac{n}{2}\lambda$$

$$\sigma_n' = (-1)^{n+1} \frac{2 k_n \lambda A}{a+b} \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{a+b}{\lambda}\right)$$

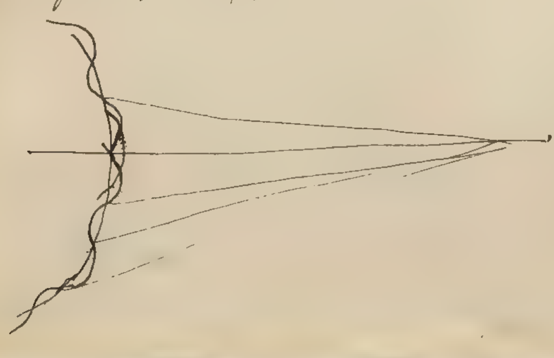
$$\sigma = \sigma_1 - \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4 \;—$$

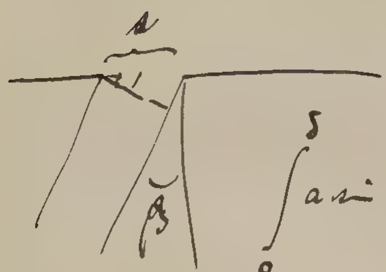
$$= \frac{\sigma_1}{2} + \left(\frac{\sigma_1}{2} - \sigma_2 + \frac{\sigma_3}{2}\right) + \left(\frac{\sigma_3}{2} - \sigma_4 + \frac{\sigma_5}{2}\right) + \dots$$

$$= \sigma_1 - \frac{\sigma_2}{2} - \left(\frac{\sigma_2}{2} - \sigma_3 + \frac{\sigma_4}{2}\right) - \dots$$ jeśli k zmniejsza się powoli ...

$$\frac{\sigma_1}{2} < \sigma < \underbrace{\sigma_1 - \frac{\sigma_2}{2}}_{\text{blisko} = \frac{\sigma_1}{2}} \qquad \sigma \doteq \frac{\sigma_1}{2}$$

Wystarczy tylko $\frac{1}{2}$ strefy centralnej





$$\int_0^\delta a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - s\sin\beta\right) ds$$

$$\frac{a}{\sin\beta}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - s\sin\beta\right)$$

$$= \frac{a}{\sin\beta}\left[\cos \dots - \cos \dots\right] = \frac{a}{\sin\beta}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{2}\sin\beta\right)\right] \cdot \sin\frac{\delta}{2}\sin\beta$$

$$\frac{\delta a}{2}\left(\frac{\sin\frac{\delta\sin\beta}{2}}{\frac{\delta\sin\beta}{2}}\right)^2 = a\delta \cdot \frac{\sin\pi\frac{\delta\sin\beta}{\lambda}}{\frac{\pi\delta\sin\beta}{\lambda}}$$

$$a\,\frac{\sin\left(\frac{\delta}{2}\sin\beta\right)}{\sin\beta}\left\{\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{2}\sin\beta\right) + \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{2}\sin\beta - b\sin\beta\right]\right. + \dots$$

$$\sin\varphi + \sin(\varphi-\delta) + \dots \qquad = \sin\varphi\left[1 + \cos\delta + \cos 2\delta + \dots \cos(m-1)\delta\right]$$
$$+ \cos\varphi\left[\sin\delta + \sin 2\delta + \dots\right]$$

$$1 + z + z^2 + \dots z^m = \frac{1}{1-z} \qquad z = e^{i}$$

$$1 + \cos\delta + \cos\delta + \dots = R\,\frac{1}{1-\cos\varphi + i\sin\varphi} = \frac{1-\cos\varphi - i\sin\varphi}{(1-\cos\varphi)^2 + \sin^2\varphi} = \frac{1-\cos\varphi}{2(1\cdot}$$

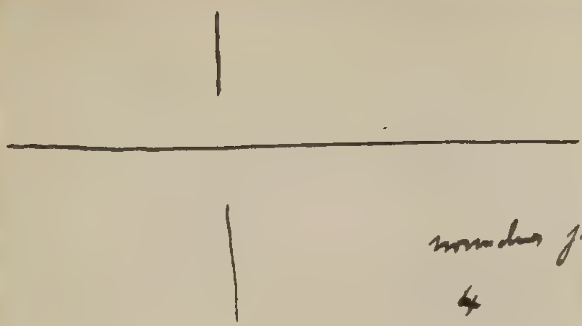
$$= S_m$$

$$z\,S = S + z^{m+1} - 1$$

$$(1-\cos\varphi - i\sin\varphi)\left[1-\cos(m+1)\varphi - i\sin(m+1)\varphi\right]$$

$$S = \frac{z^{m+1}-1}{z-1} = \frac{1-z^{m+1}}{1-z}$$

$$= (1-\cos\varphi) - \cos(m+1)\varphi + \cos\varphi\cos(m+1)\varphi - \sin\varphi\sin(m+1)\varphi$$



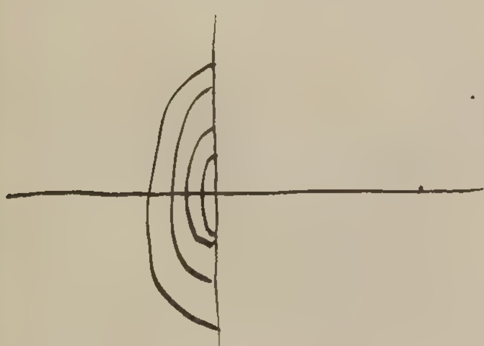
$b\frac{\lambda}{2} = a(a+b)\,\alpha^2$

$\alpha = \sqrt{\frac{b}{a(a+b)}\frac{\lambda}{2}}$

wówczas jasność jeśli otwór = $\frac{1}{2} Z_1$

4	Z_1
norm.	$Z_1 + \frac{1}{2} Z_2$
0	$Z_1 + Z_2$

Zamiast różnych ekranów można też wziąć jeden i ten sam od punktu przesuwać.



$4n^2$ jasności

$(n\frac{\lambda}{2} + b)^2 = (a+b)^2 + a^2 - 2a(a+b)(1 - \frac{\varphi^2}{2})$

$bn\lambda = 2a^2 + 2ab - 2a^2 - 2ab + (a+b)a\cdot\varphi^2$

$\varphi = \sqrt{\frac{b}{a(a+b)}n\lambda}$ np. a

$(b + n\frac{\lambda}{2})^2 = b^2 + \rho^2$

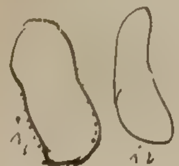
$\rho = \sqrt{bn\lambda}$

np. $b = 100$

$\lambda = 0\cdot00005$

$\rho =$

Cykliczne ruchy Antycykl Monocykl



Dicykl

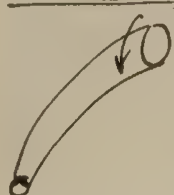
$$T = \frac{A}{2} l_1'^2 + \frac{B}{2} l_2'^2 + C\, l_1' l_2'$$

$$E = -\frac{d}{dt}\left(\mathcal{L}_1 i_1 + M_{12} i_2\right) + i_1 w$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial l_1'}\right) = L_1 = \frac{d}{dt}\left(A l_1' + C l_2'\right) + \bar{W}_1$$

$$L_2 = \frac{d}{dt}\left(C l_1' + B l_2'\right) + \bar{W}_2$$

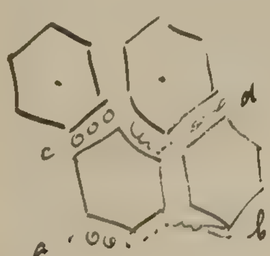
$$K = -\frac{\partial T}{\partial k} = -\frac{l_1'^2}{2}\frac{\partial A}{\partial k} - \frac{l_2'^2}{2}\frac{\partial B}{\partial k} - l_1' l_2' \frac{\partial C}{\partial k}$$



$$p_1 = p_0 + \rho\omega^2 \int_0^R r\,dr = p_0 + \rho\frac{v^2}{2}$$

środek wiru $\perp$ $p_2 = p_0 + \rho\frac{v^2}{4}$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{4}\rho v^2$$



I). Prąd elektronowy

II). Indukcja

ruch $a\,b$ powoduje [illegible] $\cdot\, d\,c$ [illegible]

III). Prąd przemienny przyjmuje iż może się deformować

$$2\cdot 10^4 \cdot 4\cdot 10^{19} = 8\cdot 10^{23}$$

$$\frac{10^4}{8\cdot 10^{23}}\cdot 3\cdot 10^{10} = \frac{3}{8\cdot 10^9} = 4\cdot 10^{-10}$$

$$V = \frac{a^2+b^2+c^2}{2} = \frac{1}{2}\Big[\underbrace{\Big(\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}\Big)^2}_{a} + \underbrace{\Big(\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}\Big)^2}_{b} + \underbrace{\Big(\quad\Big)^2}_{c}\Big]$$

$$\frac{\partial V}{\partial F} = \cancel{\frac{\partial b}{\partial z}} \; \frac{\partial V}{\partial b}\frac{\partial b}{\partial F} + \frac{\partial V}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial F}$$

$$= \cancel{\frac{\partial V}{\partial b}} \quad b \qquad \frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial \xi} +$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} + \underbrace{\alpha\frac{\partial L}{\partial x} + \beta\frac{\partial L}{\partial y} + \gamma\frac{\partial L}{\partial z}} - \Big(\underset{\text{obrót}}{M\frac{\partial \alpha}{\partial y} + N\frac{\partial \alpha}{\partial z}}\Big) + L\underbrace{\Big(\frac{\partial \beta}{\partial y} + \frac{\partial \gamma}{\partial z}\Big)}_{\text{wzrost pola}}$$

$$\pm \; \alpha\frac{\partial M}{\partial y} + \alpha\frac{\partial N}{\partial z} \qquad\qquad = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}$$

$$= \frac{\partial L}{\partial t} + \alpha\Big(\frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z}\Big) + \frac{\partial}{\partial y}(\beta L - \alpha M) - \frac{\partial}{\partial z}(\alpha N - \gamma L) =$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}(\beta X - \alpha Y) - \frac{\partial}{\partial z}(\quad) + \alpha\Big(\frac{\partial X}{\partial x} \quad\Big) = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y} - 4\pi\ \Delta u$$

1000 V. kula 1 cm śr. $\Big\} = \frac{1000 . 10^8}{9 . 10^{20}} = \frac{1}{9}\, 10^{-9}$ cm.

1 Volt = 10^8 = 300 ...

3.10^5 $\quad \frac{1}{9} . 10^{-20}$

500 . 30 ... $= \frac{15000}{9} . 10^{-9} = \frac{1}{6}\, 10^{-5}$

1500 V.: $\frac{1}{9} . 10^{-12} . 100$

1 ...

$$Y = Q\sin\alpha t \qquad \frac{K}{8\pi}\frac{\alpha}{2\pi}\int_0^{T=\frac{2\pi}{\alpha}} Q^2\sin^2\alpha t\,dt = \frac{Q^2}{2\pi}\underbrace{\int_0^{2\pi}\sin^2\varphi\,d\varphi}_{\pi}\cdot\frac{K}{8\pi}$$

$$= \frac{Q^2}{2}\cdot\frac{K}{8\pi} \quad + \frac{a^2}{2}\frac{\mu}{8\pi\mu^2 v^2} = a^2\frac{K}{8\pi}$$

Energja w przestrzeni wypeł.

$$Y = a\sin\alpha\left(t-\frac{x}{v}\right)$$

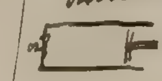
$$N = \frac{a}{\mu v}\cos\alpha\left(t-\frac{x}{v}\right)$$

$$\frac{1}{8\pi}\left[\frac{KY^2+\mu N^2}{2}\right] = \frac{1}{\lambda}\frac{1}{8\pi}\left(K+\frac{1}{\mu v^2}\right)a^2\int_0^{\lambda}\sin^2\alpha\left(t-\frac{x}{v}\right)dx$$

$$v^2 = \frac{1}{\mu K}$$

$$= \frac{K}{\lambda\, 4\pi}\frac{v}{\alpha}\pi a^2 = \frac{K}{4\pi}\frac{v\cdot\tau}{2\pi\cdot\lambda}\pi a^2 = \frac{K}{8\pi}a^2$$

Bartoli Boltzmann



$\frac{2\text{ g Cal}}{\text{min}}$ = ilość energji spadającej na 1 cm²

więc $\frac{2\cdot 42\cdot 10^{6}}{60\cdot 3\cdot 10^{10}}$ = ilość ergów zawarta w 1 cm³ $= \frac{84}{180}\cdot 10^{-4} = \frac{14}{30}\cdot 10^{-4} = \frac{7}{15}10^{-4} \approx \frac{1}{2}10^{-4}$

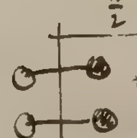
Zatem ciśnienie na 1 cm²: $\frac{1}{2}10^{-4}$ dyn

na 1 m²: $\frac{1}{2}\cdot$ [illegible] dyn

Gdyż jeśli, nie ma promieni powracających, więc dla całk. czarnego, inaczej dwa razy tyle

$\frac{1}{2}$ mg

Lebedeff (Moskwa) 1900



(Congrès physique II p. 133)

I efekt prądów konwekc. elim. przez oświetlanie z obu stron

II radiom. ściany grubości; w górze natych.

na słońce całe: $\left(\frac{10^9}{\pi}\cdot 2\right)^2\pi\cdot\frac{1}{2}\cdot 10^{-3} = \frac{2}{\pi}10^{15} = \frac{2}{\pi}10^{12}$ kg. to tak rozumieć że prawie to odpychanie równoważy przeciwny III ciśnienie

prawie tak jak ciężar kostki wody 1 km³

Ale im mniejsze ciało tem większą rolę odgrywa tak że przy drobnych cząstkach może przeważać nad grawitacją

Komety ogony odwrócone; (Schwarzschild)

Siła na cząstkę $\rho\, dv$: w kierunku X

$$\tfrac{1}{2}\Big[2KX\frac{\partial K}{\partial x} + X^2\frac{\partial K}{\partial x} + \cancel{2KX\frac{\partial Y}{\partial y}} + \cancel{2KY\frac{\partial Y}{\partial x}}$$
$$-\cancel{2KY\frac{\partial Y}{\partial x}} - Y^2\frac{\partial K}{\partial x} + 2KX\frac{\partial Z}{\partial z} + 2KZ\frac{\partial Z}{\partial x}$$
$$-2KZ\frac{\partial Z}{\partial x} - Z^2\frac{\partial K}{\partial z} + 2XY\frac{\partial K}{\partial y} + 2XZ\frac{\partial K}{\partial z}\Big] = X$$

$$\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}$$

$$\rho X = \left[\frac{\partial (KX)}{\partial x} + \frac{\partial (KY)}{\partial y} + \frac{\partial (KZ)}{\partial z}\right] X$$

$$= \frac{\partial\left(\frac{1}{2}K(X^2 - Y^2 - Z^2)\right)}{\partial x} + K\underbrace{\left(Y\frac{\partial X}{\partial y} + X\frac{\partial Y}{\partial y}\right)}_{\frac{\partial (XY)}{\partial y}} - \dots \qquad - K\frac{\partial (XZ)}{\partial z}$$

$$= \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z}$$

...

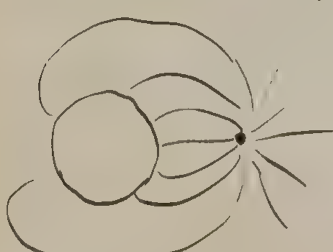
$X_x = \frac{1}{2}K(X^2 - Y^2 - Z^2)$ $\qquad X_y = KXY$

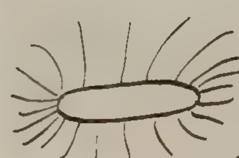
napięcia $\Big\}$ $Y_y = \frac{1}{2}K(Y^2 - X^2 - Z^2)$ $\qquad Y_z =$

$Z_z = \frac{1}{2}K(\qquad)$ $\qquad Z_x =$

Np. X w kierunku osi
$Y = Z = 0$

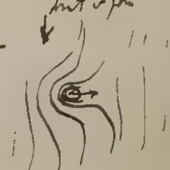
$X_x = \frac{1}{2}KX^2 \qquad Y_y = Z_z = -\frac{1}{2}KX^2 \qquad X_y = \dots = 0$

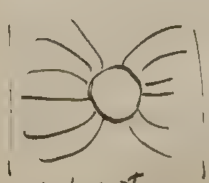




Elektrostatyka (K zmienne!)
Magnetostatyka
Podobnie w elektromagnetyzmie

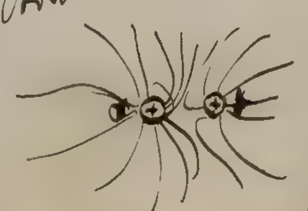
siła w polu





żadnej siły w polu jednostajnym

ale w niejednostajnym



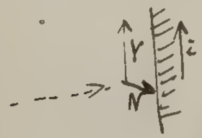
$X_x = \frac{K}{2}(X^2 - Y^2 - Z^2) + \frac{\mu}{2}(L^2 - M^2 - N^2)$ ciśnienie

$X_y = K\, YZ + \mu\, MN$

w metalu:

~~$X_x = A \sin \nu (z - ct)$~~ $Z_z = -\left(\frac{\varepsilon}{2} X^2 + \frac{\mu}{2} L^2\right) = -K A^2 \cos^2 \nu (z - ct)$

dlatego i w ciśnieniu na podstawie $Y = e^{-\alpha x} \sin \dots$



prądy indukcyjne

siły ponderom.

Już Kepler 1619 kształt ogonów komet starał się tym wyjaśnić ciśnieniem (teraz uwaga)

Schwarzschild ciśnienie zależne od promienia (przy uwzględnieniu ugięcia)

= granica dla $l/2a$ = 1·5 μ

1 0·18 μ 18 razy silniejsze → tego potrzeba dla wyjaśn. kształtu ogonów

0·07 znów =

Nichols a Hull 1903

	dośw.	obl.
Zwierciadło: szkło	1·1	1·0
Pt	1·8	1·6
Al	1·9	1·8
Ni	1·4	1·6

Oczywiście siły ciśnienia dla ciał.

na razie kładzę $K=1$:

siła na wszystkie płaszczyzny w kierunku x:

$4\pi\rho X = \cancel{4\pi} K\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right) \cancel{X} =$ $\qquad \frac{\partial Y}{\partial x} = \frac{\partial X}{\partial y}$ etc.

$= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{K}{2}(X^2 \cancel{+} Y^2 \cancel{+} Z^2)\right) + \frac{\partial}{\partial y}(KXY) + \frac{\partial}{\partial z}(KXZ)$

$= \cancel{4} K\left[X\frac{\partial X}{\partial x} \cancel{+} \cancel{Y\frac{\partial Y}{\partial x}} \cancel{+} \cancel{Z\frac{\partial Z}{\partial x}} + \cancel{Y\frac{\partial X}{\partial y}} + X\frac{\partial Y}{\partial y} + X\frac{\partial Z}{\partial z} + Z\boxed{\frac{\partial X}{\partial z}}\right] \cancel{=}$

$= \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z}$ tak samo magnet. wszystkie wyrazy

$X_x = \frac{K}{8\pi}(X^2 - Y^2 - Z^2) + \frac{\mu}{8\pi}(L^2 - M^2 - N^2)$ $\qquad \cancel{/}XY = \quad K$

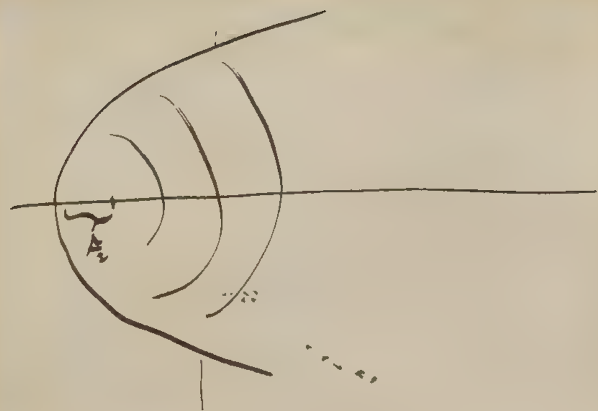
Y_y

Z_z

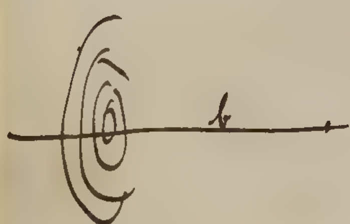
Kładzę $Y = A\cos\frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{c}\right)$ $\qquad X = Z = 0$

$L = 0;\ M = \sqrt{\frac{K}{\mu}}\,A\cos\frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{c}\right);\ N = 0$

pozostaje tylko $X_x = -\left(\frac{K}{2}\cancel{Y}^2 + \frac{\mu}{2}M^2\right) = ---$



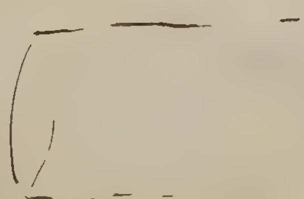
Konstrukcja Fresnela dla głosu np. n = 740
Sonet



$$\left(b + n\frac{\lambda}{2}\right)^2 = b^2 + \rho^2$$

$$\rho = \sqrt{bn\lambda}$$

[illegible] dla światła

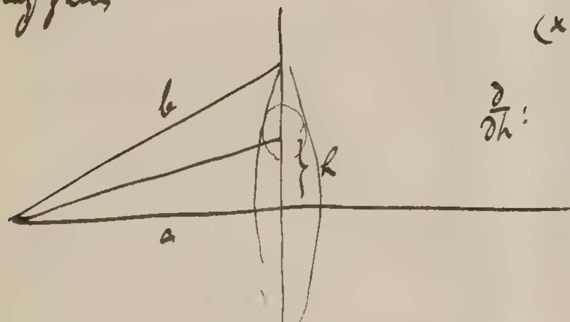


„Teleakust"

Ciężki [illegible] [illegible]

Ćwiczenia:

Huyghens



w chwili gdy w b ...

$$(x-a)^2+(y-h)^2 = \left(b-\sqrt{a^2+h^2}\right)^2$$

$\frac{\partial}{\partial h}$:
$$y-h = \frac{\left(b-\sqrt{a^2+h^2}\right)h}{\sqrt{a^2+h^2}}$$

$$y = \frac{bh}{\sqrt{a^2+h^2}}$$

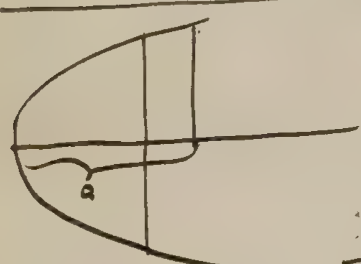
$$h = \frac{ay}{\sqrt{b^2-y^2}}$$

$$(x-a)^2 = \left(b^2 - y^2\right)\left(1-\frac{a}{\sqrt{b^2-y^2}}\right)^2$$

$$= \left(\sqrt{b^2-y^2}-a\right)^2$$

$$x-a = \pm\left[\sqrt{b^2-y^2}-a\right]$$

$$x^2+y^2=b^2 \quad \| \quad (x-2a)^2+y^2=b^2$$



$$h^2 = 2pg$$

$$(x-g)^2+(y-h)^2 = (g-a)^2$$ tu ma takie g zależne od h

$$-(x-g) - (y-h)\frac{dh}{dg} = (g-a)$$
$$\frac{dh}{dg} = \frac{p}{h}$$

$$x+\frac{py}{h}-p = a$$

$$h = \frac{py}{a+p-x}$$

$$x^2+2(a+p-x)\frac{h^2}{2p} - 2hy+y^2 = a^2 \quad \Big| : \quad x^2(a-x)+y^2(a-x)-a^2(a-x)-(a^2-x^2)p = 0$$

$$(x^2+y^2-a^2-pa-px)=0$$

$$\left(x-\frac{p}{2}\right)^2+y^2-\left(a+\frac{p}{2}\right)^2=0$$

$$(x-a)^2+(y-h)^2=\frac{\left(b-\sqrt{a^2+h^2}\right)^2}{h^2}$$

$$y-h=\left(\frac{b-\cancel{z}}{\sqrt{a^2+h^2}}-1\right)\frac{h}{h}$$

$$h=$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}$$

$V z_y r$

$$V = f_1\left(t - \frac{x}{a}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{a}\right)$$

$$\nabla^2 V \quad \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = a^2\left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right] \qquad V = f(r, t)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{dV}{dr}\frac{x}{r}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \dfrac{1}{r}\dfrac{dV}{dr} - \dfrac{x^2}{r^3}\dfrac{dV}{dr} + \dfrac{d^2 V}{dr^2}\dfrac{x^2}{r^2} \\ \dfrac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \ldots \end{array}\right\} \quad \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = a^2\left[\frac{1}{r}\frac{dV}{dr} + \frac{d^2 V}{dr^2}\right]$$

$$= a^2 \frac{d}{dr}\left(r\frac{dV}{dr}\right)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{1}{x}\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right)\Phi = 0$$

$$\Phi_n(x)$$

$$V = \sin \alpha t \; f(r)$$

$$\alpha^2 f(r) = \ldots$$

$$\cancel{\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \nabla^2}$$

$$\frac{\partial^2 (r\sigma)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 (r\sigma)}{\partial r^2}$$

$$r\sigma = f_1\left(t - \frac{r}{a}\right) + f_2\left(t + \frac{r}{a}\right)$$

~~Fekete bepos valmis:~~

77

$V = \cancel{a e^{\alpha \kappa x} \sin \alpha(t - \nu x)}$ $\quad V = a e^{-\alpha\kappa x} \sin \alpha (t + \nu x)$

$\frac{\partial N}{\partial t} = -\frac{\partial V}{\partial x}$

$$N = \frac{a e^{-\alpha\kappa x}}{\cancel{\ }} \Big[\kappa \cos \alpha (t - \nu x) - \nu \sin \alpha (t - \nu x)\Big]_{x=0}$$

$$E \sin\left[\alpha\left(t + \frac{x}{c}\right) + \delta\right]\Big|^{x=0} + R \sin\left[\alpha\left(t + \frac{x}{c}\right) + \varepsilon\right]\Big| =$$

$\cancel{-\frac{E}{c} \sin\left[\alpha\left(t + \frac{x}{c}\right) + \delta\right]}$

$$\boxed{\begin{aligned} E \cos\delta + R \cos\varepsilon &= a \\ E \sin\delta + R \sin\varepsilon &= 0 \\ \frac{E\cos\delta}{c} + \frac{R\cos\varepsilon}{c} &= -a\nu \\ \frac{E\sin\delta}{c} + \frac{R\sin\varepsilon}{c} &= a\kappa \end{aligned}}$$

$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial x}$

$\frac{\alpha}{c} E \cos\left[\alpha\left(t + \frac{x}{c}\right) + \delta\right] - \frac{\alpha}{c} R \cos\left[\alpha\left(t + \frac{x}{c}\right) + \varepsilon\right]$

$\underline{N = \frac{E}{c} \sin\left[\alpha\left(t + \frac{x}{c}\right) + \delta\right] + \frac{R}{c} \sin\left[\alpha\left(t + \frac{x}{c}\right) + \varepsilon\right]}$

$$\left.\begin{aligned} E\cos\delta + R\cos\varepsilon &= a \\ E\cos\delta - R\cos\varepsilon &= -a\nu c \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} E\cos\delta &= \frac{a}{2}(1 - \nu c) \\ R\cos\varepsilon &= \frac{a}{2}(1 + \nu c) \end{aligned}$$

$$E\sin\delta = \frac{a\kappa c}{2} = -R\sin\varepsilon$$

$$\frac{R^2}{E^2} = \frac{\cancel{\left(\frac{a}{2}\right)^2}(1 + \nu c)^2 + \kappa^2 c^2}{\cancel{\left(\frac{a}{2}\right)^2}(1 - \nu c)^2 + \kappa^2 c^2}$$

$$= \frac{\frac{a\sin\alpha}{r}\, r^2(1+r^2)(1-\cos\varepsilon) + \frac{a\cos\alpha}{r}\,\sin\varepsilon\, r^2(1-r^2)}{1-2r^2\cos\varepsilon+r^4 = (1-r^2)^2+2r^2(1-\cos\varepsilon)} =$$

$$= \frac{a}{r}\,\frac{\sin\alpha\; r^2(1+r^2)(1-\cos\varepsilon) - \cos\alpha\; r^2(1-r^2)\sin\varepsilon}{(1-r^2)^2+4r^2\sin^2\frac{\varepsilon}{2}}$$

$$= M\sin\alpha + N\cos\alpha \qquad = \frac{2a\sin\frac{\varepsilon}{2}}{\dots}\;\left(\sin\alpha\; r(1+r^2)\sin\frac{\varepsilon}{2} - \cos\alpha\; r(1-r^2)\cos\frac{\varepsilon}{2}\right)$$

$$M^2+N^2 = \frac{4a^2\sin^2\frac{\varepsilon}{2}}{(\quad)^2}\; r^2\left[(1+r^2)^2\sin^2\frac{\varepsilon}{2} + (1-r^2)^2\cos^2\frac{\varepsilon}{2}\right]$$

zatem w każdym razie $= 0$ jeżeli $\frac{\varepsilon}{2} = 0, \pi, 2\pi, \dots$

$\varepsilon = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$

Dla przechodzącego tam będą maxima.

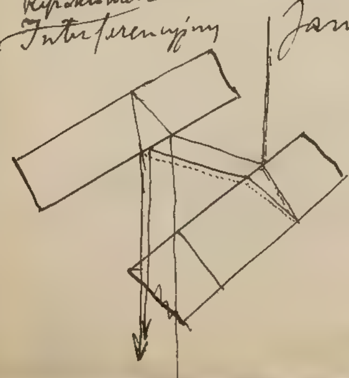
Niedokładności rachunku: w rzeczywistości promienie wychodzące nie ∥ bo oko nie patrzy w ∞. I w Newtona [illegible] płytki nie ∥.

Środek czarny, światło monochromat., brak, obserwacja przez kolorowe szkło, albo widmowa

Zmiana nachylenia

Używać można do mierzenia bardzo małych grubości, Abbe-Fizeau Dilatometr

Refraktometr Interferencyjny Jamina



różnica fazy prom. odb. w górnej i w dolnej powierzchni:

$: \frac{4\pi h n}{\lambda}\cos\beta$

zatem różn. obu promieni:

$$\frac{4\pi h n}{\lambda}(\cos\beta-\cos\beta')$$

$$\cancel{2A\sin\mu\cos\varepsilon = \left(\frac{A}{m} + Am\right)\sin\mu - \sin\varepsilon}$$

$$A \cos\varepsilon + m\cos 2\varepsilon + \ldots \quad = A\cos(\mu+\varepsilon) = \frac{A\cos\mu - 1}{m}$$

$$A[\sin(\mu+\varepsilon)\cos\mu - A\cos(\mu+\varepsilon)\sin\mu] = A\sin\varepsilon = \frac{\sin\mu}{m}$$

$$\cancel{A \frac{\sin\mu}{\cos\mu \sin\varepsilon}}$$

$$A\sin \quad \sin \quad - A\cos \quad \mu \quad = A\cos\varepsilon = \frac{A - \cos\mu}{m}$$

$$\left.\begin{aligned} \sin\mu &= m A\sin\varepsilon \\ \cos\mu &= A - mA\cos\varepsilon \\ 1 &= A^2 + m^2A^2 - 2mA^2\cos\varepsilon \\ A^2 &= \frac{1}{1+m^2-2m\cos\varepsilon} \end{aligned}\right.$$

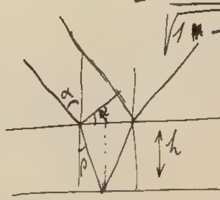
$$\cancel{m\cos(\mu+\varepsilon) = \sin\mu = m(\sin\mu\cos\varepsilon + \cos\mu\sin\varepsilon)}$$

$$\cancel{\operatorname{tg}\mu\,[1 - m\cos\varepsilon] = m\sin\varepsilon}$$

$$\cancel{\operatorname{tg}\mu = \frac{m\sin\varepsilon}{1-m\cos\varepsilon}} \qquad \cancel{\cos\mu = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2}} = \frac{1-m\cos\varepsilon}{\sqrt{(1-m\cos\varepsilon)^2+m^2\sin^2\varepsilon}}}$$

$$\cancel{= \frac{1-m\cos\varepsilon}{\sqrt{1-2m\cos\varepsilon+m^2}}}$$

$$\cancel{\sin\mu = \frac{m\sin\varepsilon}{\sqrt{\ }}}$$



$$\varepsilon = 2\pi\frac{2h}{\lambda}\left(\frac{\operatorname{tg}\beta\sin\alpha}{\lambda} - \frac{1}{\cos\beta\,\lambda'}\right)$$

$$= 2\frac{2\pi h}{\lambda}\left[\frac{\sin\alpha\sin\beta}{\cos\beta} - \frac{\sin\alpha}{\sin\beta\sin\beta}\right]$$

$$= \frac{4\pi h n}{\lambda}\cos\beta$$

$$A\sin\mu = \quad A^2 m\sin\varepsilon = \frac{m\sin\varepsilon}{1-2m\cos\varepsilon+m^2}$$

$$A\cos\mu = \quad \ldots A^2 - A^2 m\cos\varepsilon = \frac{1-m\cos\varepsilon}{1-2m\cos\varepsilon+m^2}$$

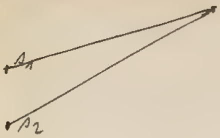
$$\cancel{6 = \frac{A}{\sqrt{1+m^2-2m\cos\varepsilon}} \sin\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\ldots}$$

$$\cancel{6 = a r\left[\sin\alpha - \frac{(1-r^2)}{r}\right]\left[\frac{1-m\cos(\alpha+\varepsilon)\sin\alpha + m\sin(\alpha+\varepsilon)\cos\alpha}{1-2m\cos(\alpha+\varepsilon)+m^2}\right]}$$

$$6 = a r\sin\alpha - \frac{1-r^2}{r}a\left[\frac{\sin\alpha\cdot(1-r^2\cos\varepsilon) - \cos\alpha\, r^2\sin\varepsilon}{1-2r^2\cos\varepsilon+r^4} - \sin\alpha\right]$$

$$= a\frac{\sin\alpha}{r}\left[1-2r^2\cos\varepsilon+r^4 - (1-r^2)(1-r^2\cos\varepsilon)\right] + \frac{\cos\alpha\, r^2\sin\varepsilon(1-r^2)}{1\ldots}$$

$$1-2r^2\cos\varepsilon+r^4 - 1 + r^2 + r^2\cos\varepsilon - r^4\cos\varepsilon$$



podłużne różnicy fazy = kształt

$$s = a_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x_1}{\lambda}\right) + a_2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x_2}{\lambda}\right)$$

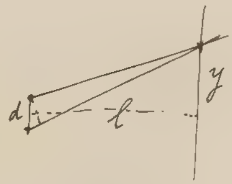
$$= A \sin\left[2\pi \frac{t}{\tau} - \delta\right]$$

$$A \cos\delta =$$
$$A \sin\delta =$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos 2\pi\left(\frac{x_1 - x_2}{\lambda}\right)$$

ciemno tam gdzie $\cancel{x_1 - x_2} = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}$ — —

przykł.

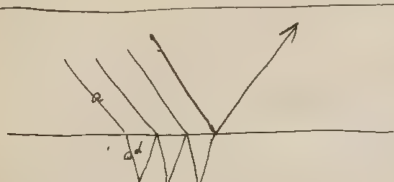


$$x_1 - x_2 = d \sin\alpha = \frac{d\,y}{l}$$

$$y = \frac{\lambda l}{2d}, \quad \frac{3\lambda l}{2d} \quad —$$

Uda się tylko jeśli to samo źródło światła jeśli źródła światła : kohärent, kąpane, świeżo

gdyby np. 2 świeca:
to δ zmienia się ciągle więc raz ciemno, raz jasno.



$$a\left[\sin\alpha + d\delta\rho \sin(\alpha+\varepsilon) + d\delta\rho^3 \sin(\alpha+2\varepsilon) + \sin(\alpha+3\varepsilon) + \dots\right]$$

$$= \cancel{a r [\sin\alpha]}$$

$$= a r \sin\alpha + a\frac{d\delta}{\rho}\left[\rho^2 \sin(\alpha+\varepsilon) + \rho^4 \sin(\alpha+2\varepsilon) + \rho^6 \sin(\alpha+3\varepsilon) + \dots\right]$$

$$r^2 + \delta^2 = 1$$
$$d\delta = 1 - r^2 \qquad r = -\rho$$

$$\sin\alpha + m \sin(\alpha \mp \varepsilon) + m^2 \sin(\alpha \mp 2\varepsilon) + \dots = A \sin(\alpha \mp \mu)$$

$$1 + m\cos\varepsilon + m^2 \cos 2\varepsilon + \dots = A \cos\mu \quad \Big| \sin\varepsilon$$

$$m \sin\varepsilon + m^2 \sin 2\varepsilon + \dots = A \sin\mu \quad \Big| \cos\varepsilon$$

$$\sin\varepsilon + m \sin 2\varepsilon + m^2 \sin 3\varepsilon + \dots = A \sin(\mu+\varepsilon) = \frac{A}{m} \sin\mu$$

$$\cancel{-\sin\varepsilon + 0 + m^2 \sin\varepsilon + \dots} = \cancel{A \sin(\mu-\varepsilon) = \frac{A}{m} \sin\mu - \sin\varepsilon}$$

Jako korekt uważamy rozchodzenie się prostolin. światła

Trudno jednak określ. w ścisły sposób, bo prowadzi do abstrakc. pojęcia

Mierzenie prędkości astron. { Römer (1675) $\delta = 996^s = 16^m\ 36^s$

$d = 2973 . 10^5 km$

$V = 2{\cdot}967 . 10^{10}$

wątpliwości: d:

Bradley (1727) Aberracja $\parallel \varepsilon = 20{\cdot}5''$

$V = 2{\cdot}982 . 10^{10}$

fiz. { Fizeau (1849) koło zębate Cornu : $2{\cdot}9995$

Young : $3{\cdot}013$

Foucault

Michelson $D = 600 m$ $n = 200$ $\Delta = 13 cm$ $V = 2{\cdot}999$

podobnie Newcomb

nie zależn. od natężenia, a w próżni od barwy (zaćmienie β4)

W wodzie Michels. $\frac{1}{1{\cdot}33}$ $(= n)$ czerw. / niebiesk. $\}$ $V \gtrless 1{\cdot}4\%$

Te rezult. jest wyjaśn. do obalenia teorii emisyj. bo tam prędkość odwrotnie

podczas gdy tutaj

Jeśli wyjaśn. zjaw. interferencyi — model. podobne jak głos

$$s = A \sin\left[\alpha\left(t - \frac{x}{v}\right) + \delta\right]$$

$$\left(t' - \frac{x'}{v}\right)$$

$$t' - t = \frac{x' - x}{v} \qquad x' - x = v\,(t' - t)$$

więc v = prędkość ruchu

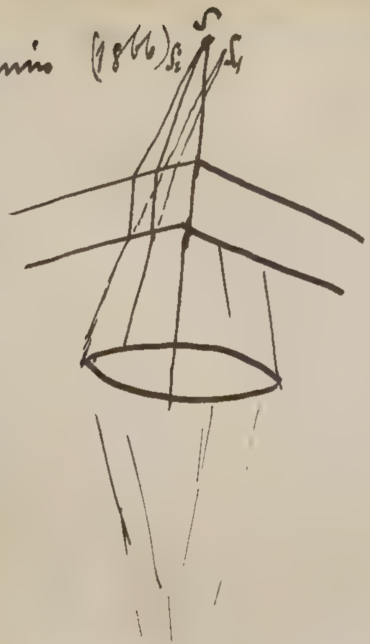
$$\alpha = \frac{2\pi}{\tau} \qquad v\tau = \lambda$$

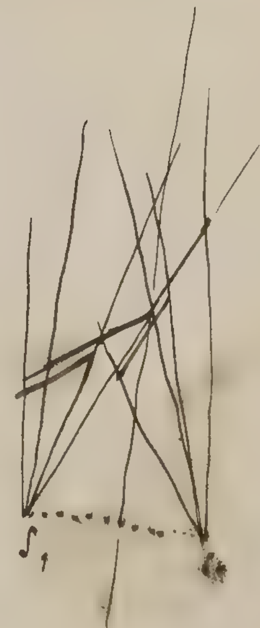
$$s = A \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + \delta\right]$$

[powierzchnia ~~fali~~ równej fazy ≡ (nazywamy) pow. fali

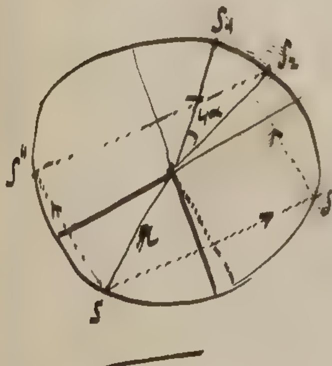
zatem w ośrodku jednor. koło prostolin. z kul

Jamin (1866)





Michelson



$\delta = \frac{r\,4\alpha}{}$

$$\delta = \frac{a\lambda}{4r\alpha}$$

$a = r +$ odl. ekranu

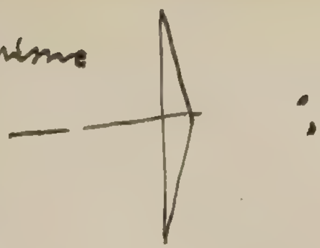
$$\delta = \frac{\lambda}{4\alpha}\left(1 + \frac{\text{odl. ekranu}}{a}\right)$$

jeśli odległość źródła światła nie
o ekranu mała to: $\delta = \frac{\lambda}{4\alpha}$

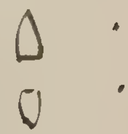
$\left(\frac{10\,m}{1\,m}\right)$

wiele wygodniejsze niż Fresnel
bo nie chodzi tu o dokładne ustawienie

[illegible]



Obiekt świeczki podzielone.

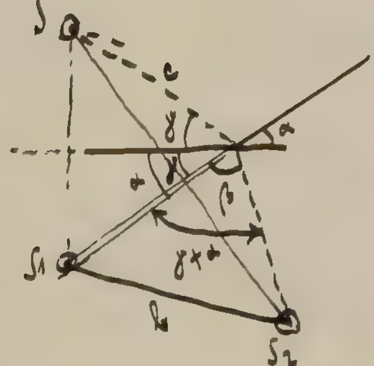


(Współ. interf. tylko możliwe jeśli światło wszędzie (coherent))

Czy nie ma interf. jeśli z dwóch części tego samego płomienia? 

Podobnie jak w skrzypcach ~~[illegible]~~ choć [illegible] nie zdarzy się żeby za jednym miejscem [illegible], [illegible] płomień tylko .... [dwie [illegible] Lange]

$b = 2c\sin\frac{\beta}{2} \quad = 2c\sin\alpha$



$\beta = \gamma+\alpha+\alpha-\gamma = 2\alpha$

$\frac{a}{b} = \frac{a}{2c\sin\alpha}$

N.p. $\alpha = 10'$

$\sin\alpha = 0{\cdot}004$

$c = 10$

$a = 100$

$\frac{a}{b} = 1200$

$p = \pm\ 200\cdot\frac{\lambda}{2},\ 3\cdot200\cdot\frac{\lambda}{2},\ .$

0·05 mm

$A \sin \frac{2\pi}{}\left(\frac{t}{\tau} - \frac{mx+ny+pz}{\lambda}\right)$

$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0$

$X = A\cos\varphi \sin\frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi + z\cos\varphi}{c}\right)$

$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z} = \frac{2\pi}{\tau c} A \sin\frac{2\pi}{\tau}(\text{—} \;-)$

$Z = -A\sin\varphi \sin$

$M = \frac{1}{c}$

$M = \frac{A}{n} \sin\frac{2\pi}{\tau}(- - - \quad)$

$X_r = A'\cos\varphi' \sin\frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi + z\cos\varphi'}{c}\right)$

$Z_r = -A'\sin\varphi' \sin$

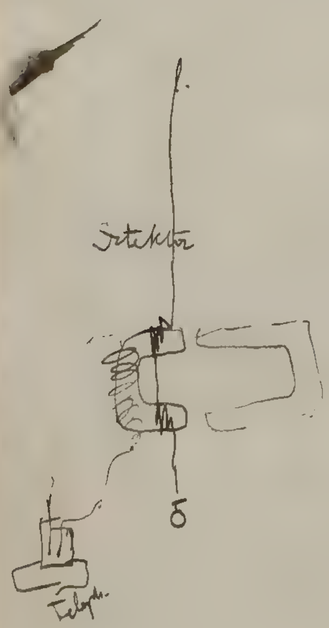
$(E_p - R_p)\cos\varphi = D_p \cos\chi$

$(E_p + R_p)\sqrt{} = D_p\sqrt{}$

$2E_p = D_p\left(\frac{\cos\chi}{\cos\varphi} + \sqrt{\frac{K_2}{K_1}}\right)$

$D_p = E_p \frac{2\sin\chi\cos\varphi}{\sin(\varphi+\chi)\cos(\varphi-\chi)}$ $\quad R_p = E_p\frac{tg(\varphi-\chi)}{tg(\varphi+\chi)}$

$R_p =$



	n	$\sqrt{K}$
Luft.	1·000 294	1·000 295
CO_2	1· 449	473
H_2	138	132

	n_D	$\sqrt{K}$
Benzol	1·50	1·5
Petroleum	1·39	1·4
CS_2	1·63	1·6
$CHCl_3$	1·45	2·3
C_2H_5OH	1·36	5
H_2O	1·33	9

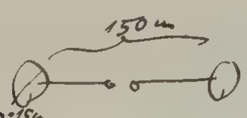
$$z = A \sin\alpha\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

$$A \sin\alpha\left(t - \frac{x}{c}\right) + A' \sin\alpha\left(t + \frac{x}{c}\right) = 0$$

$$K_1 \frac{\partial X_1}{\partial x_1} + K_2 \frac{\partial X_2}{\partial x_2} = 0$$

K_1

Hertz

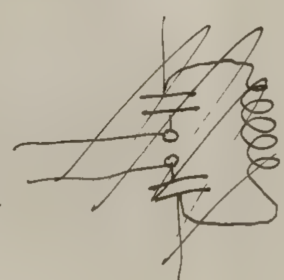


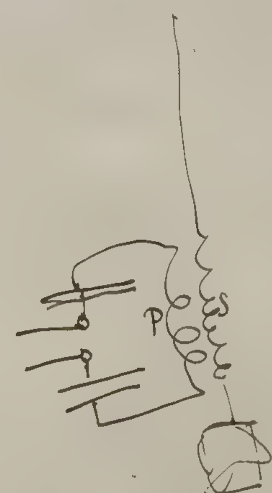
$c = \frac{15}{2} \frac{1}{v^2} =$ $\quad L = 1902$

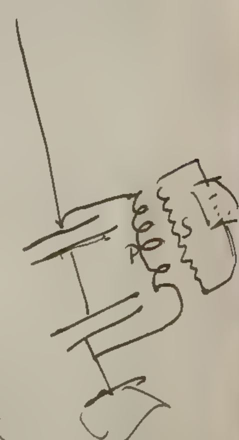
1887

$\tau = 1{\cdot}26 \cdot 10^{-8}$ sec $\quad \lambda = 300$

[illegible] 1870







$r + \rho\, d\delta\,(e^{-i\delta} + -$

Ampl. $r + \rho\, d\delta \dfrac{e^{-i\delta}}{1-\rho^2 e^{-i\delta}}$ $\qquad \cdot\; d\delta \dfrac{1}{1-\rho^2 e^{-i\delta}}$

$\delta = \dfrac{4\pi h \cos\beta}{\lambda}$

$r + \rho = 0$

$d\delta + r^2 = 1$

$J_r = \dfrac{4 r^2 \sin^2\frac{\delta}{2}}{(1-r^2)^2 + 4 r^2 \sin^2\frac{\delta}{2}}$ $\qquad J_d = \dfrac{(1-r^2)^2}{(1-r^2)^2 + 4 r^2 \sin^2\frac{\delta}{2}}$

$J_d = d\delta \sin\varphi + d\delta \rho^2 \{\sin(\varphi+\varepsilon) + - -$

$= d\delta \sin\varphi \,[1 + \rho^2\cos\varepsilon + \cdots]$

$+ d\delta \cos\varphi\,[\rho^2 \sin\varepsilon + \cdots]$

$J = d^2\delta^2 \left[1 + \dfrac{\rho^2(\cos\varepsilon - \rho^2)}{\cdots\cdots}\right]^2 + \rho^4 \dfrac{\sin^2\varepsilon}{[\cdots]^2}$

$= (1-r^2)^2 \left\{1 + 2\dfrac{\rho^2\cos\varepsilon}{\cdot N \cdot} - \dfrac{2\rho^4}{\cdot N \cdot}\right\} + \cancel{\dfrac{\rho^4(\ldots - 2\rho^2\cos\varepsilon + \rho^4)}{N}} + \dfrac{\rho^4(2 - 2\cos\varepsilon)}{N}$

$= \dfrac{1 + \ldots + \rho^4}{1 - \cdots}$

$r = -\rho$ Dla przepuszczonego światła:

$\alpha\delta = 1 - r^2$

$$J'^2 = a^2 \frac{\alpha^2\delta^2}{1 - 2\rho^2\cos\varepsilon + \rho^4}$$

dla $\varepsilon = 0$: $J^2 = 0$: $r^2 + \dfrac{2\alpha\delta r\rho(1-\rho^2) + \alpha^2\delta^2\rho^2}{(1-\rho^2)^2} = 0$

$$1 = \frac{\alpha^2\delta^2}{(1-\rho^2)^2}$$

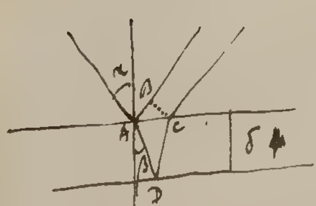
$$\therefore J = a^2 \frac{2r^2(1-\cos\varepsilon)}{1 - 2r^2\cos\varepsilon + r^4} = a^2 \frac{4 r^2 \sin^2\frac{\varepsilon}{2}}{1 - 2r^2\cos\varepsilon + r^4} = a^2 \frac{r^2\sin^2\frac{\varepsilon}{2}}{(1-r^2)^2 + 4r^2\sin^2\frac{\varepsilon}{2}}$$

$$J_1 = a^2 \frac{(1-r^2)^2}{1 - 2r^2\cos\varepsilon + r^4} = a^2$$

Mężnes minima. Takie bezpośrednio bez soczewki można widzieć ale natężenie małe...

$\left.\begin{matrix} J \ \min \\ J_1 \ \max \end{matrix}\right\}$: $\varepsilon = 2k\pi$

$$2\pi\left[\frac{2AD}{\lambda'} - \frac{AB}{\lambda}\right]$$



$$\varepsilon = 2AD \cdot n - AB = \delta\left[2\frac{n}{\cos\beta} - 2\delta\,\mathrm{tg}\,\beta \sin\alpha\right]$$

$$= 2\delta\left[\frac{\sin\alpha}{\sin\beta\cos\beta} - \mathrm{tg}\,\beta\sin\alpha\right] = \frac{2\delta\sin\alpha}{\sin\beta\cos\beta}(1 - \sin^2\beta)$$

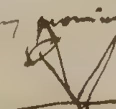
$$= 2\delta\frac{\sin\alpha}{\mathrm{tg}\,\beta} \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$= 2\pi \cdot \frac{2\delta}{\lambda'}\cos\beta$$

więc zależnie od δ (przy stałem β) koła

ale zmienny z nachyleniem β

Co prawda że tego nie dokładnie, bo ~~...~~ odbicie wymyślony promienie równoległe



Szkiełko Newtona

$\delta : x = x : 2R$

$\delta = \frac{x^2}{2R}$

w świetle przechodzącym

$x^2 = k \frac{\lambda R}{\cos\beta}$ Min.

$x^2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}\frac{R}{\cos\beta}$ Max

Środek do mierzenia λ (Na, D)

Kolory:

w większej odległości białe światło ale po spektroskopie ciemne prążki w równych odstępach

Flintgl. Sensopoś. trzonga. Th. Young bardzo środek 1802 już mniej więcej właściwie wytłumaczenie

nie można prążki poza kilka λ bo nieczystości w których tyle co długości i częstotliwości niedokładny

Mierzenie bardzo małych grubości

Fizeau dilatometr

To jest ważne ze względu na rozmiary co do jednorodności światła

Ale już Fizeau zauważył że interf. Na_D znikają przy $\delta = 0{\cdot}1445$ mm

$\delta = 0{\cdot}4335$ mm.

Ponieważ dwie linie max jednej padają na min drugiej:

$$\underline{2\delta} = k\lambda = (k+\tfrac{1}{2})(\lambda-\Delta\lambda)$$

$$= k\lambda + \frac{\lambda}{2} - k\Delta\lambda$$

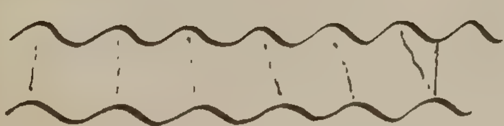
$$k\Delta\lambda = \frac{\lambda}{2} \qquad \Delta\lambda = \frac{\lambda}{2k}$$

$$2\delta = 0{\cdot}289$$

$$k = 491$$

$$\lambda = \frac{0{\cdot}289}{491} = 0{\cdot}000589$$

$$\Delta\lambda = \frac{0{\cdot}000589}{982} = 0{\cdot}0000006$$



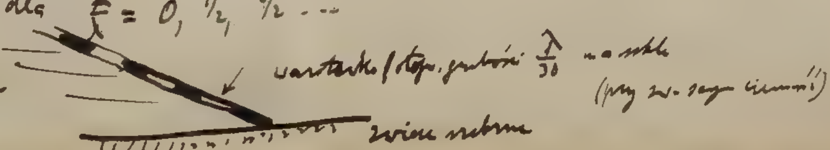
Jeżeli dwie ścisłe linie to po za tem znów się pokazują ale jeśli jedna linia o tej grubości to w górę po czem już nie będzie interf.

Sposób dowodu interf.: fale stojące jeśli kierunki przeciwne

$$a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) + a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right) = 2a \sin 2\pi\frac{t}{T} \cos 2\pi\frac{x}{\lambda}$$

Amplituda znika dla $\frac{x}{\lambda} = 0,\ 1/2,\ 3/2 \ldots$

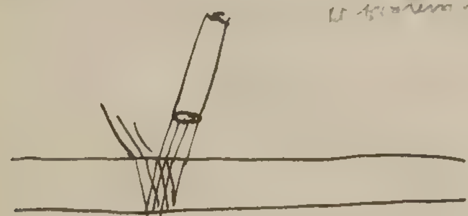
Wiener



Dotychczas omawialiśmy zależność od δ

zamiast tego też grubsze płytki równoległe i obserwować zależność od β, używając

przez lunetę na ∞ nastawioną : koła równego nachylenia β



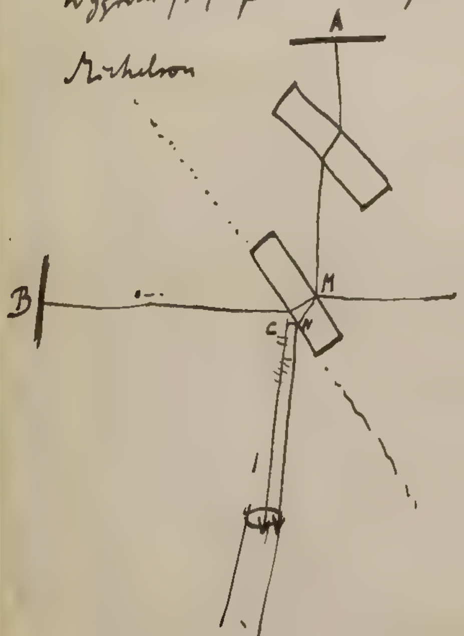
Utrzyma się też przy ustawieniu płyt ||

bo jeśli różnica grubości to koła zdeformowane

~~t. j. interferencja~~ Widać się to jeszcze przy grubości kilku mm zatem interf. kilku tysięcy λ

Wyzyskujemy aparat do stopniowego podnoszenia ε :

Michelson



różnica faz = 0 jeśli | 2 M A + M N = 2 MB − MN + ...c

A przy nierówności ich taka interferencja jak przy płytkach równoległych

przesuwając zatem B można dowolnie zmieniać odstęp δ

Tak otrzymał interf. przy 20 cm Cd czerw. = 300000 λ

a przy Hg ziel. jeszcze więcej 540000

Takie to przejście: $\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial x}$

$Y = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + B \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} + \frac{x}{\lambda}\right)$ $C \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda_1}\right)$

$N = -\frac{A}{v} \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + \frac{B}{v} \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} + \frac{x}{\lambda}\right)$

$A + B = C$ $A + B = C$ n $(n-1)A + (n+1)B = 0$

$\frac{-A + B}{v_1} = \frac{-C}{v_2}$ $A - B = nC$ $B = -\frac{n-1}{n+1} A$

$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$ $6 = A e^{\alpha(t - \frac{x}{a})}$

$\alpha^2 6 =$

~~$x = A \cos \alpha t$~~

~~$x = A \sin \alpha(t - \frac{x}{a})$~~

~~$A \sin\varphi + B \cos\varphi$~~

prostopadła   ~~$A \sin\varphi$~~ $6 = \mathcal{J}[A e^{i\theta}]$

~~$(A + iB) \sin\varphi$~~   ~~$A \cos\varphi$~~

~~$(A+iB) \frac{e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}}{2i}$~~ $\sin\varphi_2 = \frac{\sin\varphi}{n}$ $\cos\varphi_2 = i\sqrt{\frac{\sin^2\varphi}{n^2} - 1}$

$$B = A \frac{\sin(\varphi - \varphi_2)}{\sin(\varphi + \varphi_2)} = \frac{A\left[i \sin\varphi \sqrt{\frac{\sin^2\varphi}{n^2} - 1} - \frac{\cos\varphi \sin\varphi}{n}\right]}{\left[-i \sin\varphi \sqrt{- -} + \quad\right]}.$$

$A \sin(\theta + \varepsilon) = \mathcal{J}\left[A e^{i(\theta+\varepsilon)}\right] = \mathcal{J}\left[B e^{i\theta}\right]$ $B = A e^{i\varepsilon}$

$A \sin\theta$ $\mathcal{J}[A e^{i\theta}]$

$A \cos\theta$ $\theta + \frac{\pi}{2}$ $\mathcal{J}\left[A e^{i(\theta + \frac{\pi}{2})}\right] = \mathcal{J}\left[A(-\sin\theta + i\cos\theta)\right]$

$-A \sin\theta$ $\theta + \pi$ $\mathcal{J}\left[A e^{i(\theta+\pi)}\right] = \mathcal{J}\left[A(\cancel{-\cos\theta} - i\sin\theta)\right]$

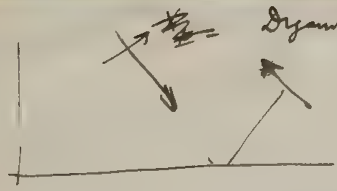
ogólnie $\boxed{\theta + \varepsilon}$ $\mathcal{J}\left[A e^{i(\theta+\varepsilon)}\right] = \mathcal{J}\left[\underbrace{A e^{i\varepsilon}} e^{i\theta}\right]$

różnica fazy ε

więc współczynnik ampl. $B = A e^{i\varepsilon}$

$\overline{\alpha + i\beta} = A\cos\varepsilon + i A \sin\varepsilon$ wyznacza różnicę fazy ε

$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{\beta}{\alpha}$



Drganie równoległe do pł. padania

$$X = A\cos\varphi \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x\sin\varphi - y\cos\varphi}{\lambda}\right)$$

$$Y = A\sin\varphi \sin \ldots\ldots$$

$$Z = 0$$

$L = 0$

$M = 0$

$$N = \frac{A}{v}\sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x\sin\varphi - y\cos\varphi}{\lambda}\right)$$

to wszystko spełnia istotnie $\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0$

i równania $\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial t} = \ldots \\ \ldots \\ \ldots \end{array}\right.$

$X' = D \qquad X'' = C$

$Y' \qquad \cancel{Y''}$

$N' = \qquad N''$

$\sin\varphi' = \sin\varphi$

$\cos\varphi' = -\cos\varphi$

$y=0$: $X + X' = X''$

$N + N' = N''$

$(A - D)\cos\varphi = C\cos\varphi_2$

$(A + D)\sin\varphi_2 = C\sin\varphi$

$$D = A\,\frac{\operatorname{tg}(\varphi - \varphi_2)}{\operatorname{tg}(\varphi + \varphi_2)} \qquad C = A \ldots$$

---

prostop. do pł. pad.

$$Z = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x\sin\varphi - y\cos\varphi}{\lambda}\right)$$

$$L = -\frac{A}{v}\cos\varphi \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \ldots\right)$$

$$M = -\frac{A}{v}\sin\varphi \sin(\quad)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \cancel{\frac{\partial Y}{\partial z}} - \frac{\partial Z}{\partial y} = +A\frac{\cos\varphi}{\lambda}\cdot \cos \ldots$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial x} = A\sin\varphi$$

$A + D = C$

$(A - D)$

$$D = -A\,\frac{\sin(\varphi - \varphi_2)}{\sin(\varphi + \varphi_2)}$$

$$C = A\,\frac{2\sin\varphi_2\cos\varphi}{\sin(\varphi + \varphi_2)}$$

$\varphi = 0$:

$\cancel{D_1 = D_2 = A\,\frac{2\varphi - 2\varphi_2}{2\varphi + 2\varphi_2} = A}$

$$D_1 = -A_1\,\frac{n-1}{n+1}$$

$$D_2 = A_2\,\frac{n-1}{n+1}$$

} wszystko tak w przeciwnym kierunku (zgodnie) dla $n > 1$

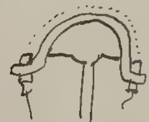
Odbicie od zwierciadła, fale stojące, wszystkie elektr.

Géoclases p 290 (appareil à caoutchouc)

p 295

„On a souvent l'occasion d'assister à la propagation très progressive des cassures et des plis"!

Distribution générale des montagnes



calotte en caoutchouc distendue par un couverte de plâtre

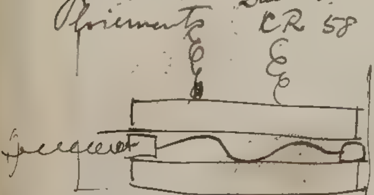
Muschelförmige Anordnung von Gebirgen

Daubrée Géologie expérimentale Paris 1879

Chapitre I

Similitude : { Bertrand J. d. École polyt. 32
Phillips CR 28 (1873) 1). Equil. des corps élastiques semblables
2). Mouvement " " "

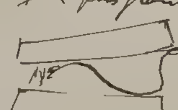
Plissements : Daubrée: CR 58 (1878) p 77, 283, 728



} p. 289 – 299

d'autant plus inflexions que pression plus grande

pression verticale inégale :

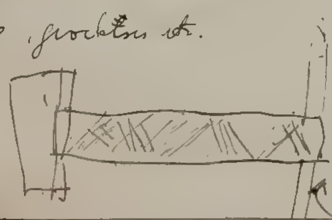


épaisseur ~~inégale~~ :

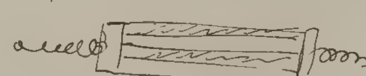
p. 389
sphère en caoutchouc couverte d'un enduit

Runzelungen innen ⊥ zum Rand
$2R = 70$ cm
$r = \frac{1}{2}R$
Breite der Runzeln
$\lambda = 2.5 - 3$ mm

Failles, cassures etc.



p. 321 Couches de cire, diff. color.



fracture avec glissement

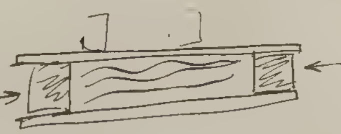
Schistosité = suite d'un écoulement ou laminage 391 – 445

Stanislas Meunier   Géologie expérimentale

Zurcher C. R. 118 p 215 (1894) identité des plissements de l'écorce terrestre avec ceux d'une masse de faible épaisseur

p 277

les plis: James Hall 1812



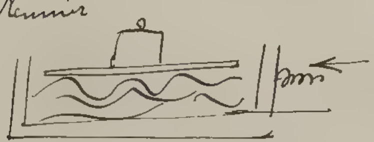
feuilles d'étoffe   coup de maillet

Henry Cadell 1888   Edinb Roy Soc   expériences sur Mountain Building   pression à l'aide d'une vis

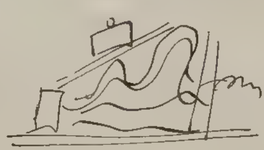
Bailey Willis ~~…~~ The Mechanics of Appalachian structure

Thirteenth annual Report of US geological survey   Washington 1893

St. Meunier



pression verticale uniforme



inégale

1878   Alphonse Favre : caoutchouc distendu couvert d'argile, puis laissé se contracter

l'argile se plisse

1884   H. Schardt   (à propos ~~de~~ Dent-Vaudois)   couches d'argile et sable   (plis)

pas plasticité mais concassement, puis raccommodage

St M.: crochets

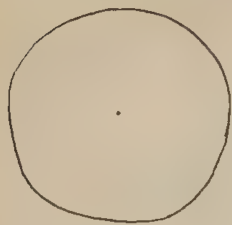
la roche réduite en feuillets, schistosité! quel est le résultat de la torsion

cassures

Schistosité p 288   : (Daubrée symétrie) par écoulement, St Meunier.

par l'emploi de feuilles courbes contractiles

plâtre … se feuillette ∥ à la fente



$$r^2\dot\varphi = c$$

$$\cancel{\ddot r - r\dot\varphi^2 = \frac{\alpha}{r^n}}$$

$$\dot r^2 + r^2\dot\varphi^2 = \frac{\alpha}{r^{n-1}} + \mu$$

Für Perihel oder Aphel c $\quad r^2\dot\varphi^2 = \frac{\alpha}{r^{n-1}} + \mu$

$$r^4\dot\varphi^2 = c^2$$

$$1 = \frac{\alpha}{c^2 r^{n-3}} + \frac{\mu}{c^2} r^2$$

$$\dot\varphi_0 = \frac{\alpha}{r^{n-3}} + \frac{\mu}{r^2}$$

$$d\varphi = \frac{c\,dt}{r^2}$$

$$\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 + \cancel{\;} = \left(\mu + \frac{\alpha}{r^{n-1}}\right)\frac{r^4}{c^2} - r^2$$

$$d\varphi = \int_b^a \frac{dr}{\sqrt{\mu r^4 + \frac{\alpha}{c^2} r^{5-n} - r^2}}$$

$$r = R + z$$

$$\int_0 \frac{dz}{\sqrt{\cancel{\mu R^4 + \frac{\alpha}{c^2} R^{5-n} - R^2} + \left(4\frac{\mu}{c^2} R^3 + (5-n)\frac{\alpha}{c^2} R^{4-n} - 2R\right) z + z^2 \cdot -}}$$

$$4\frac{\mu}{c^2} b^3 + 4\frac{\alpha\, b^{4-n}}{c^2} - 4b = 0$$

$$(4-n)$$

$$F = -r^n \qquad \text{Apsid} \qquad n = 1,\ -2$$

$$\varphi = \frac{\pi}{\sqrt{n+3}}$$

$$\cancel{}\; a^2 \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = g a(\cos\varphi - \cos\varphi_0)$$

$$\frac{d\varphi}{\sqrt{\cos\varphi - \cos\varphi_0}} = \sqrt{\frac{g}{a}}\, dt$$

$$(1+\cos\varphi - (1+\cos\varphi_0)) = \sqrt{2\left(\sin^2\frac{\varphi_0}{2} - \sin^2\frac{\varphi}{2}\right)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\sin^2\frac{\varphi_0}{2}}} \int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi_0}{2}}\right)^2}} = \int_0^{\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k\sin^2\varphi}}$$

$k \sin\varphi = z$

$\cancel{k\cos\varphi\, d\varphi = dz}$

$\cancel{\cos\varphi = \sqrt{1-\frac{z^2}{k^2}}}$

$$\int \frac{dz}{\sqrt{k^2-z^2}\sqrt{1-z^2}}$$

$$\sin\frac{\varphi}{2} = \sin\frac{\varphi_0}{2}\cdot\sin\alpha$$

$$d\varphi \cos\frac{\varphi}{2} = 2\sin\frac{\varphi_0}{2}\cos\alpha\, d\alpha$$

$$d\varphi = \frac{2\sin\frac{\varphi_0}{2}\cos\alpha\, d\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\frac{\varphi_0}{2}\sin^2\alpha}}$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\sqrt{1-}}$$

$$\underbrace{\int_0^{2\pi} \sin^{2n}\varphi\, d\varphi}\; = \int \sin^{2n-1}\varphi\, d(\cos\varphi) = \sin^{2n-1}\varphi\cos\varphi - (2n-1)\int \sin^{2n-2}\varphi\cos^2\varphi\, d\varphi$$

$$J_{2n} = \frac{2n-1}{2n} J_{2n-2}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left\{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2\frac{h}{2} + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 \sin^4\frac{h}{2} + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k\right.$$

$2i\frac{ds}{r}$

$$W=\int H_n\, ds = 2i\int_a^r \frac{dr}{r} = 2i \lg\frac{r}{a} \qquad \frac{\partial W}{\partial r} = \frac{2i}{r}$$

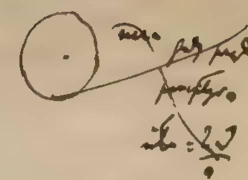
$\frac{2i^2}{r}\, 2a\pi$

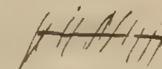
$$p = P - 2a\pi \underbrace{\int_a^r \frac{2i}{r}\, dr}_{4a\pi i \lg r}$$

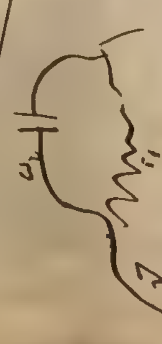
$$F = -\frac{\partial W}{\partial r} = -$$

$$\frac{2i}{a^2}\int_0^a r\, dr + 2i\int_0^R \frac{dr}{r} = \frac{2i}{a} + 2i \lg\frac{R}{a}$$

$$N = \int H_n\, ds \sin\alpha \cdot y = H_n F \sin\alpha$$







$i_1 = i_0 \cos pt$

$$M = \int_0^l dx \int_0^l \frac{dx'}{\sqrt{b^2+(x-x')^2}} = (x-x')\lg\left\{\frac{x'-x+\sqrt{b^2 \ldots}}{b}\right\} + \sqrt{b^2+(x'-x)^2}\,\Big|_0^l\Big|_0^l$$

$$= 2b + 2\sqrt{b^2+l^2} + l\lg\left(\frac{l+\sqrt{b^2+l^2}}{\sqrt{b^2+l^2}-l}\right)$$

$$= 2l\left[\lg\frac{2l}{b}-1\right]$$

$$L = \frac{1}{(R^2\pi)^2}\iint ds\,ds'\,df\,df'$$

$$= \frac{1}{(R^2\pi)^2}\iint 2l\left[\lg\frac{2l}{b}-1\right]df\,df'$$

$$\frac{1}{2r\pi}\int_0^{2r\pi}\lg b\,ds = \lg\rho \quad \text{für} <$$

$$\lg r \quad >$$

$$\lg\sqrt{a^2+\rho^2-2a\rho\cos\varphi}\,\cos\varphi\,d\varphi = \ldots$$

$$\lg x\,dx = x\lg x - 1$$

$$\overline{\lg b} = \frac{1}{R^2\pi}\left\{\int_0^\rho \lg\rho\cdot 2r\pi\,dr + \int_\rho^R \underbrace{\lg r\,2r\pi\,dr}_{\lg(r^2)}\right\}$$

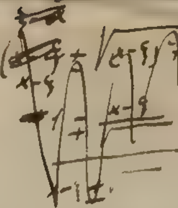
$$= \frac{1}{R^2\pi}\left[(\rho^2\pi-0)\lg\rho + \frac{\pi}{2}(r^2\lg r^2 - r^2)\Big|_\rho^R\right] = \lg R - \frac12 + \frac{\rho^2}{2R^2}$$

$$\overline{\overline{\lg b}} = \frac{1}{R^2\pi}\int_0^R\left[\lg R - \frac12 + \frac{\rho^2}{2R^2}\right]2\rho\pi\,d\rho = \lg R - \frac14$$

$$L = 2l\left[\lg 2l - 1 - \lg R + \frac14\right] = 2l\left[\lg\frac{2l}{R} - \frac34\right]$$

$$\int_{-a}^{+a} \frac{d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2+y^2}} = -\lg \frac{x-a+r_1}{x+a+r_2}$$

$\lg\left(x-\xi+\sqrt{(x-\xi)^2+y^2}\right)$



$$U = \mu \lg \frac{x+a+r_2}{x-a+r_1}$$

jinak $x = a + r_1 = r_2 - a$ rovn

$\lg \frac{(x-a)}{(x+a)}$

$$x+a+r_2 = (x-a+r_1)\,c$$

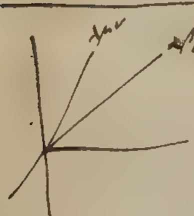
2 typy bimeny: $c = 1$ $\qquad r_1 - r_2 = 2a$

$r_2(1+\cos\theta_2) = c\,r_1(1+\cos\theta_1)$ $\qquad$ $r_2 \cos^2\frac{\theta_2}{2} = c\,r_1 \cos^2\frac{\theta_1}{2}$

$r_2^2\left[1+2\cos\theta_2+\cos^2\theta_2\right] = \dots$

$(x+a)^2+y^2+2(x+a)\,r_2+(x+a)^2 =$

$\cancel{2(x+a)^2 + \dots y^2 \dots + 2(x+a)r_2 = [2(x-a)^2+y^2+ \dots + 2\,r_1(x-a)]}\,c^2$



$\cos^2\varphi + \cos^2\psi + \cos^2\chi = 1$

$\cos\varphi\cos\alpha + \cos\psi\cos\beta + \cos\chi\cos\gamma = 0$

$\cos\varphi\cos\lambda + \cos\psi\cos\mu + \cos\chi\cos\nu = 0$

$$\cos\psi(\cos\alpha\cos\nu - \cos\lambda\cos\gamma) = \cos\varphi(\cos\mu\cos\gamma - \cos\nu\cos\beta)$$

$$\frac{\cos\varphi}{\cos\mu\cos\gamma-\cos\nu\cos\beta} = \frac{\cos\psi}{\cos\nu\cos\alpha-\cos\lambda\cos\gamma} = \frac{\cos\chi}{\cos\lambda\cos\beta-\cos\mu\cos\alpha} = \lambda$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{(\ )^2+(\ )^2+(\ )^2}}$$

$$\cos\varphi = \frac{\cos\mu\cos\gamma-\cos\nu\cos\beta}{\sqrt{\dots}} = \frac{\cos\mu\cos\gamma-\cos\nu\cos\beta}{\sin\varepsilon}$$

Prąd po prostokącie

Solenoid stożkowaty

2 Prądy prostolinijne równoległe

linie siły, potęgowe!

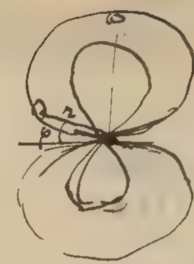
Busola wstawa

jeśli prąd i dany

najkorzystniejszy punkt prądu danego

drutu

tak że



$$n\,2\pi i\,\frac{r^2\sin^2\varphi}{r^3} = const$$

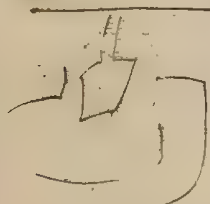
$$nq\,i = const$$

$$\frac{\sin^2\varphi}{r} = const$$

$$r = \alpha\sin\varphi$$

$$\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)_0 = \alpha$$

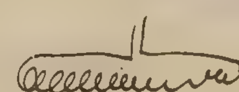
Joule



Moment

dla przewodnika kołowego

Solenoid w polu magnet. jednostajnym

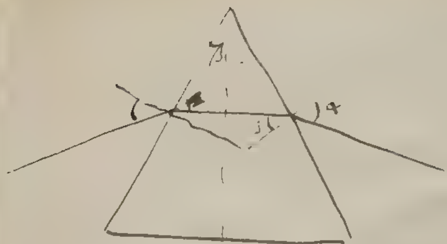


Siły między 2 przewodnikami prądu

obliczenie

wektory B.S lub $\int H_n\,ds$

Jak solenoid wpycha się, ile się skróci (wszystkie?) przy przejściu prądu?



$D = 2(\alpha - \beta)$ $\quad$ $\alpha = \beta + \frac{D}{2} = \frac{D+\gamma}{2}$

$$n = \frac{\sin \frac{D+\gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}$$

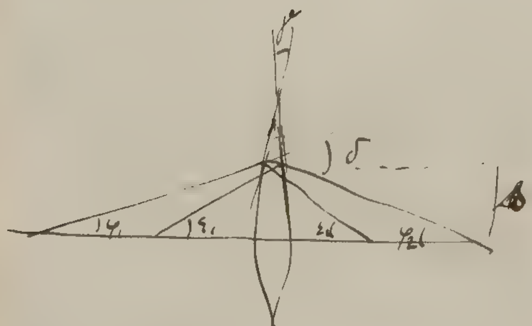
$\gamma n = (D+\gamma) n$

$\sin \frac{D}{2} \cos \frac{\gamma}{2} + \cos \frac{D}{2} \sin \frac{\gamma}{2} = n \sin \frac{\gamma}{2}$

$\sin \frac{D}{2} = (n-1) \sin \frac{\gamma}{2}$

$D = (n-1)\gamma$

$= \varphi_1 + \varphi_2$



$\varphi_1 + \varphi_2 = (n-1)(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$

$\varphi_1 = \frac{h}{x}$ $\quad$ $\varphi_2 = \frac{h}{y}$ $\quad$ $\varepsilon_1 = \frac{h}{r_1}$ $\quad$ $\varepsilon_2 = \frac{h}{r_2}$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$

$= \frac{1}{f}$

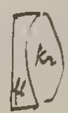
$\frac{\varphi}{\delta} =$ [illegible] $= \frac{1}{x}$

$f > x > 2f$ $\quad$ $x = 2f$ $\quad$ $y = 2f$

x

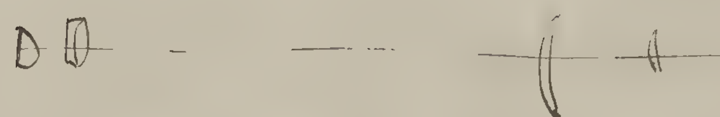
$x = f$

	n_C	n_D		
Crown	1.51	1.52	$\nu = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$	0.017
Flint	1.61	1.63		0.028



Okular oder Ramsden

Huygens



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

$$\frac{h}{x} = \frac{H}{y}$$

$$\frac{h}{f} = \frac{H}{y-f}$$

$$\frac{f}{x} = \frac{y-f}{y} = 1 - \frac{f}{y}$$

$$\frac{H}{h} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f}$$

Huygens Traité de la lumière 1690 — Th. Young 1801 — 33
Newton Optics 1704 — Fresnel 1818

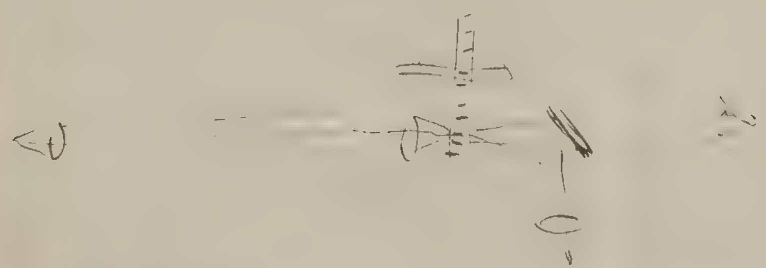
O. Römer 1675 — [illegible] — $42^m\ 28^s\ 3\ 0\ 3$

2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] w ½ [illegible] — [illegible] o 986 sek.
Glasenapp 1002
$a = 150.000\ 000$ km.

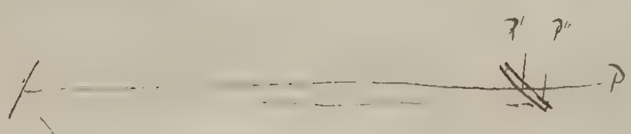
Bradley 1727 — $\alpha = 0°0'\ 21''$ — [illegible] $20'5''$
$V = 2{\cdot}987 \cdot 10^{10}$
$2{\cdot}982$

Fizeau 1849

Foucault — 800 obrotów



Cornu $2{\cdot}9995 \cdot 10^{10}$



D

Michelson $D = 600$ m
200 obrotów — [illegible] PP' 13 cm

$V = 2{\cdot}999 \cdot 10^{10}$

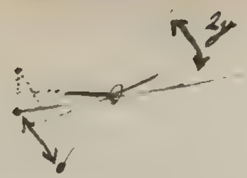
od słońca 8 min.

a Centauri 3 ¼ lat
Syriusz 17 lat

Foucault woda

Michelson $\frac{c}{v} = 1{\cdot}33$ H_2O
$1{\cdot}77$ CS_2

także [illegible]



$b = 2\mu\, a$

$\delta = \dfrac{\lambda A}{2\mu a}$

$2\mu = \dfrac{\lambda A}{\delta a}$

$n = \dfrac{2\mu A}{\delta} = \dfrac{(2\mu)^2 a}{\lambda}$

$= \dfrac{\lambda A^2}{\delta^2 a}$

$A = 400$

$\delta = \frac{1}{3}$

$a = 20$

$\lambda = 5.10^{-5}$

$$\frac{5.10^{-5}.\ 16.10^{4}.\ 9}{20}$$

$= \dfrac{5.1\cdot6.9}{20} = 2$

Notatki doręczane
z wykładów
a) mechaniki
b) optyki
c) ciepłomierni

gar keinen Maxwellschen Dämon, da merkliche Druckschwankungen und Bewegungserscheinungen schon im Bereich bequem mikroskopisch (sogar mit dem freien Auge) sichtbarer Raumteile auftreten; wir können z. B. in der Scheidewand eines Gefäßes ein Loch von mikroskopisch kleinen Dimensionen herstellen und es mit einem kleinen, einseitig wirkenden Ventil versehen, oder mit einem Kranz von feinen elastischen Härchen (Wimpern), welche den Teilchen einer Emulsion nur den Hindurchgang nach einer Seite gestatten würden. Eine solche Vorrichtung würde automatisch eine dauernde Druckdifferenz herstellen und wäre so eine Quelle nutzbarer Energie auf Kosten der Wärme der Umgebung. Theoretisch noch einfacher und übersichtlicher ist das Beispiel des Torsionsfadens. Bringen wir anstatt des Spiegels unten ein Zahnrad mit einer Sperrklinke (mit Zwangsführung) an, welche nur einseitige Drehung zuläßt. Infolge der fortwährenden Schwankungen wird das Zahnrad eine Drehung, der Faden eine Torsion erfahren, welche dauernd zu nutzbarer Arbeit am Aufhängepunkt verwendet werden könnte. Es wäre diese Vorrichtung analog einer Spielbank, welche die Gesetze des Zerfalls systematisch korrigiert. Die Schwierigkeit der technischen Ausführung bildet da keinen Einwand, wenn die Sache nur prinzipiell möglich ist.

§ 21. Trotz alledem glaube ich nicht, daß wir auf diese Weise ein **arbeitsleistendes** Perpetuum mobile erhalten; denn gerade in der Herstellung des einseitigen Ventils, der Sperrklinke, liegt eine prinzipielle Unmöglichkeit, sofern die Betrachtungen der statistischen Mechanik zu Recht bestehen. Diese Vorrichtungen wirken unter gewöhnlichen Umständen eben nur dadurch, daß sie in der Gleichgewichtslage verharren müssen, welche einem Minimum potentieller Energie entspricht. Sobald es sich aber um molekulare Schwankungen handelt, sind neben der Minimallage sämtliche anderen Lagen möglich, und zwar sind sie nach Maßgabe der Größe der Gesamtarbeit verteilt[1]). Das Ventil hat seine eigene Schwankungstendenz; entweder ist seine Federkraft so groß, daß es überhaupt fast nicht aufgeht, oder sie ist so klein, daß es fortwährend umherschwankt und darum unwirksam bleibt. Ein Perpetuum mobile wäre also zus[illegible] Artikel in der Enzyklopädie d. math. Wiss. sehr treffend hervorgehoben wird, aber ihre [illegible]kraft gewinnt wohl in den Augen der Physiker eine wesentliche Stütze in den heute besprochenen Erscheinungen.

Fassen wir das Gesagte noch kurz zusammen. Die molekularen Schwankungsphänomene geben uns heute keinen Grund, den zweiten Hauptsatz, wie so viele andere Dogmen der Physik, vollständig umzustoßen. Sie nötigen uns nur zu einer abweichenden Formulierung, wenn wir für die Sätze der Thermodynamik universelle Geltung beanspruchen. Es genügt vielleicht eine scheinbar ganz geringfügige Ergänzung des Wortlautes, indem man sagt: „Es kann keine automatische Vorrichtung geben, welche **fortgesetzt** nutzbare Arbeit auf Kosten der Wärme tiefster Temperatur erzeugen würde". Es genügt sogar die kurze Fassung: „Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile zweiter Art", nur verlegt man die Schwierigkeit dann in die Erklärung des letzteren Begriffs.

Denn es kann Arbeit auf Kosten der Wärme niederer Temperatur erhalten werden, und es kann Wärme von selbst von niederer Temperatur zu höherer übergehen, und die scheinbar irreversibeln Prozesse sind tatsächlich reversibel[2]). Man braucht dazu gar keine eigene Vorrichtung man muß nur einfach warten, bis es infolge der Gesetze des Zufalls von selbst geschieht, das heißt bis eine entsprechend große Abweichung vom Normalzustand stattfindet. Ein jeder, auch noch so „unwahrscheinlicher" Zustand wird sich im Laufe der Zeit ereignen, und ein jeder Arbeitsbetrag A wird auf Kosten der umgebenden Wärme geliefert werden. Nur wächst die dazu durchschnittlich erforderliche Zeit T so außerordentlich, sobald man den Bereich der mittleren Schwankung erheblich überschreitet, daß das Verhältnis

$$\lim_{\infty} \frac{A}{T} = 0 \tag{14}$$

wird.

E[illegible] kann man bei einem ehrlichen Glück[illegible]solute Sicherheit jeden gewünsch[illegible]g gewinnen, wenn man genügend [illegible]nd Kapital zur Verfügung hat, um nic[illegible] vorzeitigen Abbruch des Spieles

1) Am einfachsten illustriert dies eine graphische Darstellung, indem man die Winkelverschiebung des Zahnrades als x, die Verschiebung der Sperrklinke als y, die geleistete Gesamtarbeit als z aufträgt. Im Falle einer Sperrklinke mit Zwangsführung (durch eine wellenförmige Nut leicht herstellbar) erhält man eine wellen- oder zickzackförmige, vom Nullpunkt aus beiderseits aufsteigende Kurve, im Falle einer gewöhnlichen, einseitig begrenzenden Sperrklinke eine Fläche. Die Dichte der Zustands-

1) Heutzutage wäre es wohl wünschenswert, dieselben durch eine „statistische Elektrodynamik" zu ersetzen. Das Hauptproblem der statistischen Mechanik ist offenbar die **konsequente** Einreihung der Quantentheorie und der von Nernst behandelten Erscheinungen in das bisherige theoretische System.

2) Beispielsweise entsteht bei der **Brownschen** Bewegung fortwährend Wärme durch Reibung und umgekehrt lebendige Bewegung durch Wärme.

$m^2 = 2N$.

(Eingegangen 26. September 1912.)

1). Pojęcie entropii z punktu widzenia kinetycznej teoryi gazów

2). O ruchu obrotowym ciał sztywnych.

3). O zjawiskach magnetycznych w żelazie i podobnych ciałach.

4). O optycznych własnościach metali

5). O przemianach ciał promieniotwórczych

6). Zarys optyki geometrycznej

7). Rozchodzenie się elektryczności w drutach i kablach

8). .

1. Ciepło właściwe gazów –

2. Teorya promieniowania.

3. Zjawiska fotoelektryczne

4. Metody skroplenia gazów oraz zasady dyskusya na podstawie teoretycznych

5. Metody określania przewodnictwa " " "

6. " " stałej dielektrycznej " "

7. Teorya Saint Venanta skręcenia i przegięcia belek

8. Teorya Helmholtza tworzenia się strumieni cieczy.

9. Hertza teorya odkształcania kul sprężystych.

10. Nowe zasady termodynamiki Nernsta

11. ~~Drgania poprzeczne prętów i błon sprężystych.~~

Kamerlingh Onnes Versuche z. Cond. v. He d. Entspannung

Comm 105 1908

das Isoth. bei −253° und −259° war KT berechnet wurde 5° K.

Daraus folgt Möglichkeit d. Verfl. von He wenn comprimiert bis 100 Atm

bei Temp d. schmelzenden H_2

Es zeigte sich dichte Wolke wie aus feste Massen sich absonderten

Aber Analyse zeigte dass das Gas 0·37 − 0·45 % H_2 enthielt

und als es gereinigt wurde, zeigten sich keine Condensationserscheinungen

Nachschrift dass schnelleres Entspannen doch wieder Nebel [illegible]

Comm 108 10/7 gelungen

Zirkulation d. verfl. H_2

klare farblose Flüssigkeit Dichte 0·15, Siedp. (He therm) 4·3° K.

b = 0·0007

a = 0·00005 KT ca 5°

KD 2-3 Atm.

Comm 102

Isothermen von He zw. 100° und −217°

−253° −259°

Daraus Boylepunkt ca −250°

durch Vergleich mit H_2 : KT = 5·3°

Comm. 99, 100

Isoth. von H_2 von −104° bis −217°

mit destill. H_2 Boylepunkt H_2 −165·72°

Comm 101 bis −217° Pt Therm. genau bis auf 0·02°

Fabius & Erde ... Dissert. Leiden 1908

auch Arch 32 p 849
33 p 93

H_2	TK.	pK.	Inv T.	Oxyd T.
	32·2	14	192·5	107·3

He

23° z Jsotherm
-250°

$23 : 107\cdot3 = x : 32$

$x_K = 6°$

KT: 6° KD: 2·5

$a_{(H_2)} = 0\cdot00038$ $b_{(H_2)} = 0\cdot00088$ ‖ $a\ N_2$ 0·00276 0·00166

$192\cdot5 : 107\cdot3 = x : 23$

$180 : 100 = x : 23$

-36
54
514
= 5000
273
773

100
-2.0°

$$\Delta T = \frac{1}{C_p}\int_{p_1}^{p_2}\left[T\frac{\partial v}{\partial T} - v\right]dp$$

$$p + \frac{a}{v^2} = \frac{R\theta}{v-b}$$

$$pv + \frac{a}{v} - bp = R\theta \qquad \frac{\partial v}{\partial T} = \frac{R}{p-\frac{a}{v^2}}$$

$$\frac{\partial}{\partial v}$$

$$v - T\frac{\partial v}{\partial T} = v - \frac{RT}{p-\frac{a}{v^2}} = \frac{R\theta - \frac{a}{v} + bp - \frac{a}{v} - R\theta}{p-\frac{a}{v^2}} = \frac{bp - \frac{2a}{v}}{p-\frac{a}{v^2}}$$

$$\neq \frac{b - \frac{2a}{pv}}{1-\frac{a}{pv^2}} \neq b - \frac{2a}{pv} = b - \frac{2a}{RT}$$

$$\Delta T = -\frac{1}{C_p}\left(b - \frac{2a}{RT}\right)\Delta p$$

$$RT_y = \frac{2a}{b}$$

$$RT_B = \frac{a}{b}$$

$$RT_k = \frac{8a}{27b}$$

Boyle Punkt: $\frac{\partial}{\partial p}(pv) = 0$

$$pv + \frac{ap}{pv} - bp = R\theta$$

$$\left(\frac{a}{pv} - b\right)\cancel{p} = 0$$

$$b = \frac{a}{pv} \neq \frac{a}{RT}$$

H_2 Sdp. −252.9 Dewar | Schmp.

−252.6 Travers & Ja. | −258.9°

50 mm Hg

at 16 −205
c = 6

Dulong Petit

Dichte H_2 = 0.07

Travers. −80.5 K.T. −240.8° (Olsz. 1905)

~~Olszewski 1902 K.Dr. 14 Atm.~~

Dewar .. Volumen

Travers & Jaquerod 10 Atm. 13° abs (stabil H_2 5 mm Hg)

Olszewski 1895 . −210° 120 Atm.

Olszewski 180 Atm. −259°

1905

180	40	20	13	5	1 Atm.
40°	7.6	5.8	4.4	3.3	1.7

Sposoby określenia liczby drobin w gazach.

Kowalski

~~Termodynamika w zastosowaniu do zjawisk dysocyacyi~~;

~~Termodynamika~~ w zastosowaniu do podwójnych mieszanin cieczy.

Zarys optyki geometrycznej.

O ruchu obrotowym ciał sztywnych.

[illegible]

~~Teorya elektronowa w zastosowaniu do metali~~.

~~Teorya~~ O przemianach ciał promieniotwórczych. ~~Rudko~~

[illegible]

~~Teorya zjawisk fotoelektrycznych~~

O zjawiskach ferromagnetyzmu.

O optycznych własnościach metali.

Zjawisko indukcyi elektromagnetycznej.

1). Teorja entropji z punktu widzenia kinetycznej teorji gazów

2). Ciepło właściwe gazów (doświadczenia, teorja [illegible] termodynamiczna i kinetyczna)

3). O ruchu obrotowym ciał sztywnych

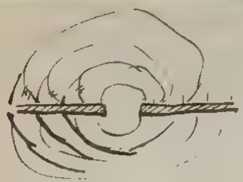
4). O zjawiskach ferromagnetyzmu

5). O optycznych własnościach metali

6). Teoretyczne podstawy telegrafji bez drutu

7). ~~[illegible] [illegible] (doświadczenia i [illegible] teoretyczne)~~ [illegible]

8). Teoretyczne podstawy metod służących do skraplania gazów

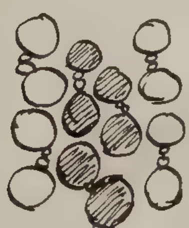


$$\Delta^2\theta = 0$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial n} = \theta\kappa$$

w wakuum:

Zmniejszenie $\frac{T_x}{T}$ przy niskiem ciśnieniu

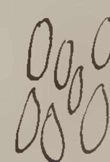


Jeśli niektóre cząstki związane, ale ~~[illegible]~~ złymi kontaktami

Dopóki wyższe ciśnienie, złe kontakty działają jak izolat. oporów, z przewodnictwem przez gas i promieniow.

więc tak jak

wobec odległego rozrzedzenia przewodn. ~~[illegible]~~każde i cząstki połączone jak ciało



Zaproszenia rozesłano tym o których przypuszcz. że chętnie udział wezmą

ale jeżeli ktoś ~~został~~ nie został zaproszony a chciałby to niech się nie obrazi. Ktokolwiek

zechce przychodzić niech się uważa za zaproszonego

Cel ogólny: utrzymanie się au courant życia naukowego (i dyskusye dydaktyczne) za pomocą sprawozdań i dyskusyi;
specyalizacya, zbliżenie (Physical Soc. Thomson w Cambridge) Société de Physique
wzgl. ~~podobnych~~ kollogium Warburga / ~~[illegible]~~ colloquium Lummera

Man muss darnach trachten sich zu blamiren

Konieczne warunki żeby się udało: I) nie wymagać dużego przygotowania (dziś wyjątek)

II) dyskutować bez obawy kompromitacyi

wogóle jak najmniej formalistyki

organizacya: 1) zkąd C.T.O. i K. wybór przewodniczącego

instytucya przewodniczącego konieczna, ~~[illegible]~~ już w celu ~~[illegible]~~ porządku w (dyskusyi, udzielaniu głosu)

który musi się zająć ustaleniem terminów i przedmiotów

~~[illegible]~~ sprawozdań, rozsyłaniem zaproszeń etc.

2). ewentualnie do pomocy sekretarz

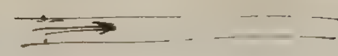
3). ~~[illegible]~~ Składki, poczekać czy się uda

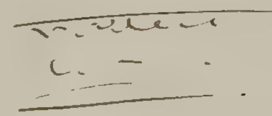
4). terminy, co 2 tygodnie, dziś Czwartek, rozsyłanie zaproszeń

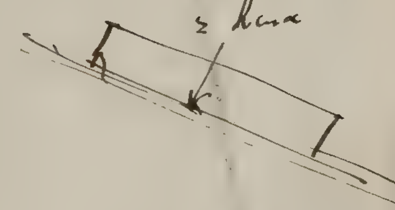
~~5. Tematy~~

Tematy

Porządek dzienny na przyszły raz

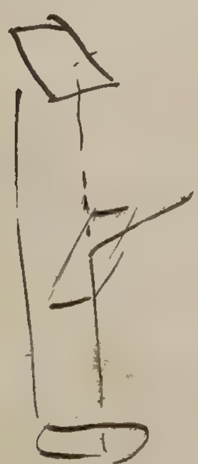






Doświadcz. odnośne: Fresnel i Brewster; z działk. zgodni

Nörrenberg
Plattensatz



Interferencya światła polaryz.:

Arago Fresnel: { dwa promienie ⊥ pola nie interf.
∥ interf. }

nie zupełnie odpowiednio wskutek śladów polaryz. [illegible]

Neumann:

$$\sin\alpha\cos\alpha\,(a^2-a'^2) = \sin\beta\cos\beta\; a_1^2$$

$$\left.\begin{aligned}\sin\alpha\cos\alpha\,(a+a') &= a_1 \sin\beta\cos\beta \\ a+a' &= a_1\end{aligned}\right|\sin\beta\cos\beta$$

$$a' = a_1 \frac{\sin\alpha\cos\alpha - \sin\beta\cos\beta}{+} = -\frac{tg(\alpha-\beta)}{tg(\alpha+\beta)}$$

$$\left.\begin{aligned}\sin\alpha\,(a-a') &\pm \sin\beta\, a_1 \\ \cos\alpha\,(a+a') &\pm \cos\beta\, a_1\end{aligned}\right\}$$

$$(a-a')\sin\alpha\cos\beta - (a+a')\cos\alpha\sin\beta = 0$$

$$a' = a_1 \frac{\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta}{+} = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$$

Pamiętamy znak: podczas gdy Fresnel strata $\frac{\lambda}{2}$ przy odb. od $\alpha>\beta$

to u Neumanna gdy: $\beta > \alpha$

Nie ma sposobu rozstrzygnięcia doświadczeniem

~~Tak~~ Barry Blondlot ścisłe tylko tyle wskazuje że wychodząc z dwóch przypuszczeń

więc w ogóle nie można nigdy niczego rozstrzygnąć.

Doświadczalne sprawdzenie bezpośrednie byłoby trudne z powodu niedokładności

metod fotometrycznych (chociaż bolometr!!)

ale pośredni sposób: skręcenie płaszczyzny polaryzacji w skutek odb.

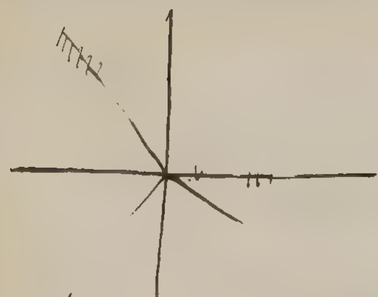
$a_\perp = a \sin\varphi$

$a_\parallel = a \cos\varphi$

po odb. $tg\,\psi = tg\,\varphi \cdot \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin(\beta+\alpha)}\, \frac{tg(\beta+\alpha)}{tg(\beta-\alpha)}$

$= tg\,\varphi \cdot \frac{\cos(\beta-\alpha)}{\cos(\beta+\alpha)}$

103



$$\sigma' = a \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(\frac{t}{\tau} - \frac{-x\cos\lambda + y\sin\lambda}{v}\right)$$

$$\sigma'' = a' \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x\cos\lambda' + y\sin\lambda'}{v}\right)$$

$$\sigma_1 = a_1 \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x\cos\lambda_1 + y\sin\lambda_1}{v_1}\right)$$

$\sigma' + \sigma'' = \sigma_1$ $\quad x=0:$

$$a \sin\frac{2\pi}{\tau}\left(t + y\frac{\sin\lambda}{v}\right) + a' \sin\frac{2\pi}{\tau}\left(t - y\frac{\sin\lambda'}{v}\right) = a_1 \sin\frac{2\pi}{\tau}\left(t - y\frac{\sin\lambda_1}{v_1}\right)$$

$\underline{a + a' = a_1}$ $\qquad \lambda = -\lambda'$ $\qquad \frac{\sin\lambda}{\sin\lambda'} = \frac{v}{v_1}$

$$\frac{E}{\rho}\frac{\partial\sigma}{\partial x} = \frac{E_1}{\rho_1}\frac{\partial\sigma_1}{\partial x}$$

$$\frac{E}{\rho}\left(\frac{\cos\lambda\, a - \cos\lambda'\, a'}{v}\right) = \frac{E_1}{\rho_1}\frac{-\cos\lambda_1\, a_1}{v_1}$$

$$(a - a')\cos\lambda =$$

$$\sin\beta\,(a-a') = a_1 \sin\alpha \quad \Big|\ \cos\beta$$
$$\cos\alpha\,(a+a') = a_1 \cos\beta \quad \Big|\ \sin\alpha$$

$$a' = a\,\frac{\sin\beta\cos\beta - \sin\alpha\cos\alpha}{+} = a\,\frac{\sin 2\beta - \sin 2\alpha}{+}$$

$$a' = \frac{\sin(\beta-\alpha)\ \cos(\beta+\alpha)}{\sin(\beta+\alpha)\ \cos(\beta-\alpha)} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha-\beta)}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)} \qquad \perp$$

$$a_1 = \frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha + \sin\beta\cos\beta} \qquad (I\ast)$$

$$\alpha+\beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2}-\beta \qquad \cos\alpha = \sin\beta$$

$$\cancel{\frac{\sin\alpha}{\cos\beta} = \frac{\sin\beta}{\sin\beta}} \qquad \frac{\sin\alpha}{\cos\beta} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n = \operatorname{tg}\alpha$$

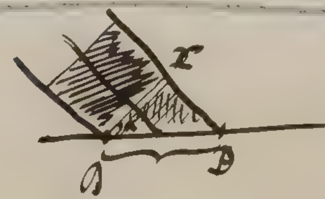
Glanz Brewster

$$J' = \frac{a^2}{2}\left[\frac{\sin^2(\alpha-\beta)}{\sin^2(\alpha+\beta)} + \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha-\beta)}{\operatorname{tg}^2(\alpha+\beta)}\right]$$

$$\sin\varphi + \sin\psi = 2\sin\tfrac{\varphi+\psi}{2}\cos\tfrac{\varphi-\psi}{2}$$
$$\sin\varphi - \sin\psi = 2\cos\tfrac{\varphi+\psi}{2}\sin\tfrac{\varphi-\psi}{2}$$
$$\cos\varphi + \cos\psi = 2\cos\tfrac{\varphi+\psi}{2}\cos\tfrac{\varphi-\psi}{2}$$
$$\cos\varphi - \cos\psi = -2\sin\tfrac{\varphi+\psi}{2}\sin\tfrac{\varphi-\psi}{2}$$

$$a \cos\alpha + a' \cos\alpha = a_1 \cos\beta$$

$$(a+a')\cos\alpha = a_1 \cos\beta \qquad (\mathrm{I}\,b)$$



$$m\, a^2 = m' a'^2 + m_1 a_1^2$$

ρ

$$AC \cdot BD' = AC \cdot BD \sin\alpha$$

$$= BD^2 \sin\alpha \cos\alpha$$

$$\rho a^2 \sin\alpha \cos\alpha = \rho a'^2 \sin\alpha\cos\alpha + \dots$$

$$\frac{E}{\rho} : \frac{E}{\rho_1} = n^2 = \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho} = \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta}$$

$$\sin\alpha\cos\alpha\,(a^2 - a'^2)\sin^2\beta = \sin\beta\cos\beta\, a_1^2 \sin^2\alpha$$

$$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}(a^2 - a'^2) = \frac{\cos\beta}{\sin\beta}\, a_1^2$$

$$\sin\beta\cos\alpha\,(a^2 - a'^2) = \cos\beta\sin\alpha\, a_1^2 \qquad \mathrm{II}.$$

$: 1$

$$\sin\beta\cos\alpha\,(a - a') = \sin\alpha\cos\beta\, a_1$$

$$= (a+a')\sin\alpha\cos\beta$$

$$a' = a\,\frac{\sin\beta\cos\alpha - \sin\alpha\cos\beta}{\dots} = a\,\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin(\beta+\alpha)} \qquad \| \quad (1a)$$

$$a_1 = a\,\frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$$

~~Rowland~~

Fraunhofer 1823 D sodu 5890 $\quad$ $\text{Å} = 10^{-10}$ mm

Ångström 1868 5892
(siatka Noberta)

Rowland 1887 5893

Kwi zdanye — zupełnie nie zgodne dotąd → Rowland $\quad$ 6438.680 $\quad$ 5086.001 $\quad$ 4800.097

~~Michelson~~ Cd $\quad$ Michelson (Normal m) $\quad$ 6438.4722 | 5085.8240 | 4799.9107

Instrumenty opt.

$p = \frac{k \lambda x}{D}$

$k = 1.22$
2.23
3.24
4.24
5.24

aby rozróżnić gwiazdy $1'' = (484 \cdot 10^{-6})$ $\quad$ $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ $\quad$ $D = 12.6$ cm

θ'' rozpozn. $= \frac{12.6}{D}$

oko ludzkie

$D = 3$ mm

$\theta = 42''$ ale zdolność physiolog. : wielkość pręcików...
1′ (Helmholtz)

$$\frac{a \sin(\frac{\delta}{2}\sin\beta)}{\sin\beta}\left[\sin\varphi + \sin(\varphi-\delta) + \sin(\varphi-2\delta) + \cdots \right]$$

$$\sin\varphi\left[1+\cos\delta+\cos 2\delta + \cdots \quad \cos(n-1)\delta\right]$$

$$+\cos\varphi\left[\sin\delta + \cdots \quad \sin\cdots\right]$$

$$A^2+B^2 = \left|\left[1+e^{i\delta}+ \cdots \quad e^{(n-1)\delta}\right]\right|$$

$$= \cancel{\frac{1-z^n}{1-z}} \left|\frac{1-z^n}{1-z}\right| = \frac{1-\cos n\delta + i\sin n\delta}{1-\cos\delta - i\sin\delta}\cdot\frac{1-\cos n\delta - i\sin n\delta}{1-\cos\delta+i\sin\delta}$$

$$= \cancel{\frac{(1-\cos n\delta+i\sin n\delta)(1-\cos\delta+i\sin\delta)}{(1-\cos\delta)^2+\sin^2\delta}} = \frac{(1-\cos n\delta)^2+\sin^2 n\delta}{(1-\cos\delta)^2+\sin^2\delta}$$

$$= \frac{4\sin^4\frac{n\delta}{2} + 4\sin^2\frac{n\delta}{2}\cos^2\frac{n\delta}{2}}{4\sin^4\frac{\delta}{2}+4\sin^2\frac{\delta}{2}\cos^2\frac{\delta}{2}} = \frac{\sin^2\frac{n\delta}{2}}{\sin^2\frac{\delta}{2}}$$

$$J = \cancel{a\sin\delta}\left[\frac{a\, b \sin\frac{\pi b \sin\beta}{\lambda}}{\frac{\pi b\sin\beta}{\lambda}}\cdot\frac{\sin\frac{n\pi c\sin\beta}{\lambda}}{\sin\frac{\pi c\sin\beta}{\lambda}}\right]^2$$

$$\frac{n\pi c\sin\beta}{\lambda} = \frac{3\pi}{2n}$$

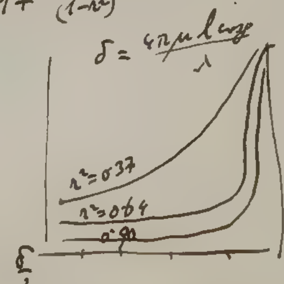
$$\cancel{n : \frac{\ldots}{\frac{3\pi}{2}}} = n : \frac{4}{9\pi^2}$$

$$J_r = \frac{4r^2\sin^2\frac{\delta}{2}}{1-\cdots}$$

$$\frac{1}{1+\frac{4r^2}{(1-r^2)^2}\sin^2\frac{\delta}{2}} = \frac{1}{1+\varepsilon\sin^2\frac{\delta}{2}}$$

Fabry Perot

$$J_d = \frac{(1-r^2)^2}{(1-r^2)^2+4r^2\sin^2\frac{\delta}{2}}$$



I Fall II Fall

$a + a' = a_1$ $(a + a')\cos\alpha = a_1\cos\beta$ $\sin\alpha$

$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}(a^2 - a'^2) = a_1^2\frac{\cos\beta}{\sin\beta}$

$(a - a')\cos\alpha\sin\beta = a_1\cos\beta\sin\alpha$ || $(a - a')\sin\beta = a_1\sin\alpha$ | $\cos\beta$

$a(\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta) + a'(\quad) = 0$ $a(\cos\alpha\sin\alpha - \sin\beta\cos\beta) + a'(\quad + \quad) = 0$

$a' = a\,\cancel{\frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}}\ a\frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin(\beta + \alpha)}$ $a' = a\frac{\sin 2\alpha - \sin 2\beta}{\sin\cdot\ +}$

$= \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)}$

$$4\pi s_0 = \iint \left\{ \frac{\partial \frac{s\left(t-\frac{r}{v}\right)}{r}}{\partial n} \cos nr - \frac{1}{r} \frac{\partial s\left(t-\frac{r}{v}\right)}{\partial n} \right\} dS$$

$$\left(\frac{}{}\right)\Big\}h \longrightarrow \text{res. sin } \varphi > 0{\cdot}61 \frac{\lambda}{h}$$

$h = 20$ cm

$\varphi = 0{\cdot}0117' = 0{\cdot}7''$

Otvor lidské pupily $h = 2$ mm

$\varphi = 0{\cdot}42'$

Zeemann 1897 wstrząśnienia w polu magn.; Lorentz czy mi pole? istotnie

$$f = \frac{m v^2}{r} = m\omega^2 r = m\left(\frac{2\pi}{\cancel{T}}\right)^2 r = \alpha r$$

w polu magn. prostopadł. do płaszczyzny

$$f = m(2\pi n)^2 r - e v H = \left[m(2\pi n)^2 - e(2\pi n) H\right] r = \alpha r$$

$$4\pi^2 n_0^2 m = \alpha = 4\pi^2 n^2 m - 2\pi e n H$$

$$(n^2 - n_0^2) = \frac{e n H}{2\pi m}$$

$$n - n_0 = \frac{He}{4\pi m}$$

$$n' - n_0 = -\frac{He}{4\pi m}$$

$$n - n' = \frac{He}{2\pi m}$$

$$\lambda = \frac{v}{n}$$

$\lambda = 0.000589$

$d\lambda = \frac{\lambda}{1000}$

$\Delta\lambda = \frac{1}{40} d\lambda$ $\quad H = 8.000$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{(n-n')}{n} = \frac{\lambda}{v}\frac{He}{2\pi m}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi v}{H\lambda}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)$$

$$= \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot 0.00006}{8000 \cdot 0.0000589} \cdot \frac{1}{40{,}000}$$

$$= \frac{6\pi}{4 \cdot 5.89 \cdot 0.8} \cdot 10^7 = 10^7 \cdot 1.6$$

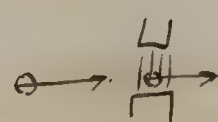
polaryzacja kołowa w tym kierunku; dublet

pokazało się że są ze strony fioletowej

zatem e ujemny ładunek!

polaryzacja liniowa w kierunku ⊥; triplet

Michelson, Cornu etc. ; Który poślednia metoda z płomieniem sodowym



gdy magnes to jasność polaryzowane liniowo

$$s\, s_2 \sin(\pi-\alpha+\beta) = s\, r \sin\alpha + s_2\, r \sin\beta$$

$$s s_2(\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta) =$$

$$s s_2 (n\cos\beta - \cos\alpha) = n\, r\, s + s_2\, r$$

$$\frac{1}{s} + \frac{n}{s_2} = \frac{n\cos\beta-\cos\alpha}{r} = \frac{\sin^2\alpha}{s} + \frac{n\sin^2\beta}{s_1}$$

$$\frac{\sin^2\alpha}{s} = n\left(\frac{\cos\beta}{s_1} - \frac{1}{s_2}\right)$$

$$\neq n\,\frac{s_2-s_1}{s_1 s_2}$$

Aberracja sferyczna na osi

$$\Delta s_2 \neq \sin^2\alpha\, \frac{1}{s_2^2}$$

$$s_1 = s_2 + \Delta$$

$$\frac{\sin^2\alpha}{s} = \frac{n}{s_2}\left[\cos\beta\left(1-\frac{\Delta}{s_2}\right)-1\right]$$

$$= -\frac{n}{s_2}\left[\frac{\Delta}{s_2}\cos\beta + \sin^2\beta\right]$$

$$\frac{\sin^2\alpha}{s} = -\frac{n\sin^2\beta}{s_2}$$

$$s = -n s_2$$

$$s + n s_2 = 0$$

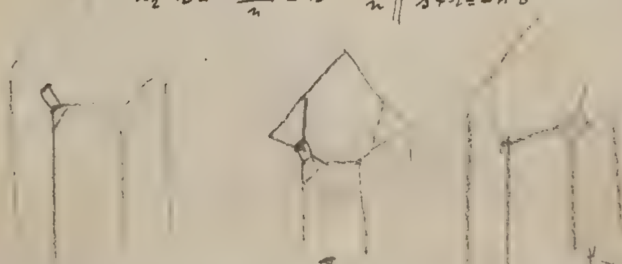
$$\frac{1}{s}+\frac{n}{s_2} = \frac{n-1}{r}$$

$$\frac{n}{s_2} - \frac{1}{n s_2} = \frac{n-1}{r} = \frac{1}{s_2}\,\frac{n^2-1}{n}$$

$$s_2 = \frac{(n+1)r}{n} \qquad s = -(n+1)r$$

$$s_2 - r = \frac{(n+1)r}{n} - r = \frac{r}{n} \;\Big\|\; s + r = -nr$$

zatem astygmatyzm znika w punktach aplanatycznych

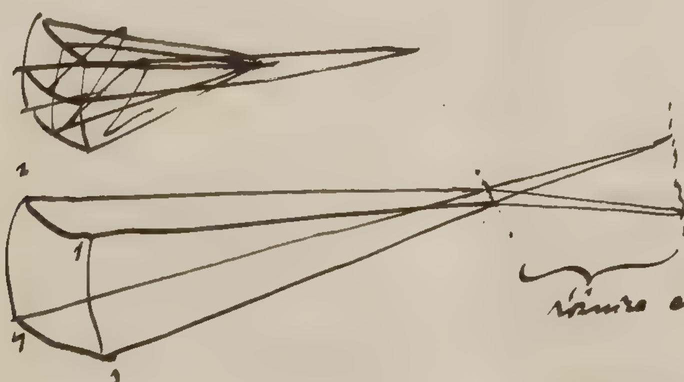


I

Tak narysowane tylko przybliżenie uwzględniając promienie przy osi.

W ogólności według Molesa: wtedy otrzymujemy zatem

promienie do powierzchni



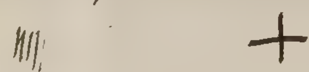
dwa punkty dwie linie ogniskowe

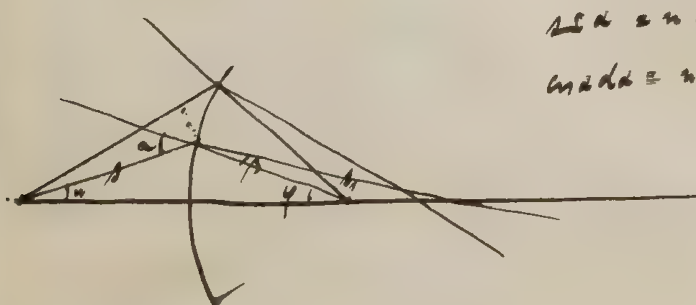
(linie)

różnica astygmatyczna

Tylko jeżeli punkt jest punktem może powstać obraz wyraźny

(Astygmatyzm fizjologiczny!)





$\sin\alpha = n\sin\beta$

$\cos\alpha\, d\alpha = n\cos\beta\, d\beta$

$\alpha = u + \varphi \quad | \quad \varphi = \beta + u'$

$d\alpha = du + d\varphi \quad | \quad d\varphi = d\beta + du'$

$\cos\alpha\,(du + d\varphi) = n\cos\beta\,(d\varphi - du')$

$s\, du = r\, d\varphi \cdot \cos\alpha$

$s_1\, du_1 = r\, d\varphi \cdot \cos\beta$

$\cos\alpha\left(\frac{r\cos\alpha}{s} + 1\right) = n\cos\beta\left(-\frac{r\cos\beta}{s'} + 1\right)$

$\frac{\cos^2\alpha}{s} + \frac{n\cos^2\beta}{s'} = \frac{n\cos\beta - \cos\alpha}{r}$

$w v = -\frac{f}{f'} = +\frac{n}{n'}$ $\qquad w = \frac{tg\, u'}{tg\, u}$ $\qquad v = \frac{y'}{y}$

$$n' y' \, tg\, u' = n y \, tg\, u$$

przekrój ~~[illegible]~~ wzdłuż osi

$w = \frac{\delta\varphi}{\delta\psi}$ $\qquad \delta\varphi = \varepsilon \cdot \sin u$

$\qquad \delta\psi = \varepsilon \sin u'$

$w = \frac{\sin u'}{\sin u}$ $\qquad v = \frac{y'}{y}$

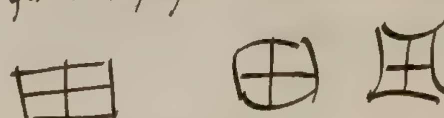
$n' y' \sin u' = n y \sin u$

Podobnie też dla przekroju wzdłuż południka

$w = \frac{du'}{du}$ $\qquad v =$

---

to jest warunek, aby każdy element wielkości małej ⊥ ~~[illegible]~~ tworzy dokładny obraz, ale powierzchnia ogniskowa z $n' y' \, tg\, u' = n y \, tg\, u$ wtedy obraz nie będzie jednokrotny



więc nie mogą być równocześnie spełnione, zatem zależnie od celu (wielki obraz przy wszelkich możliwych punktach)

mikroskop objektyw (aplanatyczny) | okular musi być ortoskopowy

mi

duży przedmiot bardzo mały z otworkiem dużym

Przedmiot duży otworek mały | taki sam wymiar fotogr. zwłaszcza!

Aberracja na osi

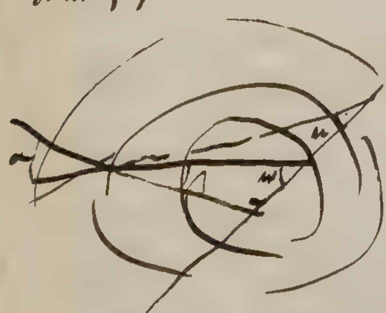
$$\varepsilon = - h^2 \frac{\left\{ 2 - 2n^2 + n^3 + \frac{r_1}{r_2}\left(n + 2n^2 - 2n^3\right) + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 n^3 \right\}}{f \, 2n(n-1)^2 \left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right)^2}$$

pod względem aberracji lepiej jeśli zwrócona [illegible]

i jest przedmiot  a nie tak 

Aplanatyzm

Punkty aplan. kuli



$\sin u' : \sin u = [illegible] = n' : n$

$\frac{n-1}{n}$

~~[illegible]~~

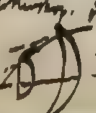
$$\frac{\sin u'}{\sin u} = \frac{r'}{r} = n$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{n^2}$$

wielkości przedmiotu:

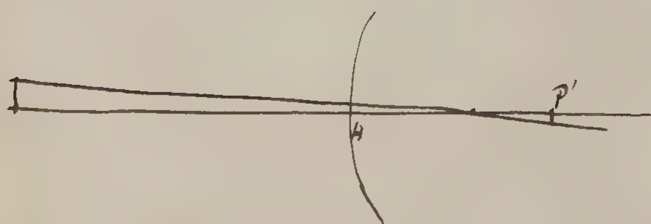
$y : y' = nr : \frac{r}{n}$

Immersja [illegible] z immersją

 — Drude fig. 25

$$\frac{y' \sin u'}{y \sin u} = \frac{1}{n} = \frac{r}{r'}$$

$y' n' \sin u' = y n \sin u$



$\cancel{\frac{nr}{n-1}}$

$$\frac{1}{e} + \frac{n}{e'} = \frac{n-1}{r}$$

$$1 + \frac{ne}{e'} = e\frac{(n-1)}{r}$$

$$h : -h' = \frac{e+r}{e'-r} = \frac{ne}{e'}$$

$$\frac{h}{h'} = \left[-\frac{e(n-1)}{r} + 1\right] \qquad \frac{h'}{h} = \frac{1}{\frac{e(n-1)}{r} - 1} = \frac{1}{1 - \frac{e(n-1)}{nr}}$$

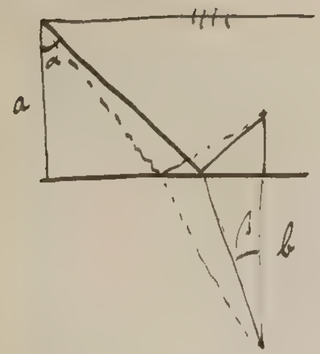
$=+1$ jeśli $e=0$ $\| e'=-0$

Takie punkty (leżące z tej samej strony) gdzie powiększenie $=1$ nazywamy punktami głównemi (Gauss)

$\frac{h'}{h}$ = powiększenie poprzeczne $= \frac{e'}{ne}$ = wartość punktu $\neq \frac{1}{n}\frac{\operatorname{tg} u}{\operatorname{tg} u'}$

$n h' \operatorname{tg} u' = h \operatorname{tg} u$

$\nu' h' \operatorname{tg} u' = \nu h \operatorname{tg} u$ = niezmiennik optyczny pozostaje niezmieniony zatem przy dowolnej ilości załamań



$$s = \frac{a}{\cos\alpha} + \frac{nb}{\cos\beta}$$

$$c = a\,\mathrm{tg}\,\alpha + b\,\mathrm{tg}\,\beta$$

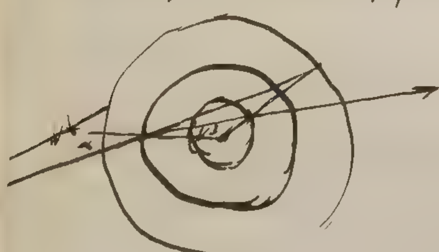
$$\frac{ds}{d\alpha} = 0 : \quad \frac{a\sin\alpha}{\cos^2\alpha}\,d\alpha + \frac{nb\sin\beta}{\cos^2\beta}\,d\beta = 0 \quad \Big| \; n\sin\beta$$

$$\frac{a\,d\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{b\,d\beta}{\cos^2\beta} = 0$$

$$a\frac{\sin\alpha\,d\alpha}{\cos^2\alpha} - an\frac{\sin\beta\,d\alpha}{\cos^2\alpha} = 0$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$$

Rdzeń: zyt ortotomiczny przetopi atmo p...



$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$$

Tak samo dla soczewek

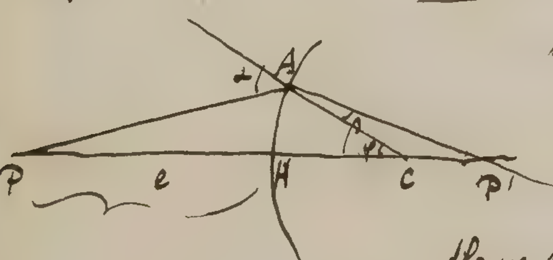
wszystkie promienie idące ku nr zostaną skierowane ku: $\frac{r}{n}$

wciąż ci stale ~~sin~~ sin

$$\frac{\sin u}{\sin\beta} = \overset{=n}{\frac{r}{\frac{r}{n}}} = \frac{\sin\alpha}{\sin u'} = n$$

$$\frac{\sin u}{\sin u'}\,\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n^2$$

$$\frac{\sin u}{\sin u'} = n$$ dla punktów aplanatycznych



$$\sin\alpha : \sin\varphi = \frac{e+r}{PA}$$

$$\sin\beta : \sin\varphi = \frac{e'-r}{AP'}$$

dla małych kątów: $$\frac{e+r}{e'-r}\,\frac{e'}{e} = n$$

$$1 + \frac{r}{e} = n\left(1 - \frac{r}{e'}\right)$$

$$\frac{1}{e} + \frac{n}{e'} = \frac{n-1}{r}$$

$$f = \frac{r}{n-1} \qquad f' = \frac{nr}{n-1}$$

$$\frac{f'}{f} = n$$

$$\frac{\xi^2}{V^2-a^2} = \frac{l^2 v^2\left[\cancel{\;} + \frac{\varrho^4}{(v^2-a^2)}\right]^2}{v^2-a^2+\frac{\varrho^4}{v^2}} = \frac{l^2 v^2}{(v^2-a^2)^2}\left(v^2-a^2+\frac{\varrho^4}{v^2}\right) = \frac{l^2 v^2}{v^2-a^2} + \frac{l^2}{(v^2-a^2)^2}\varrho^4$$

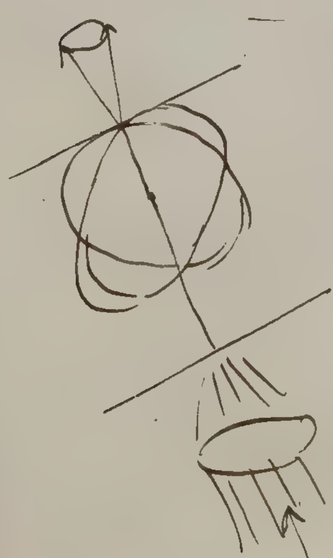
$$\frac{\eta^2}{V^2-b^2} \qquad = l^2 v^2$$

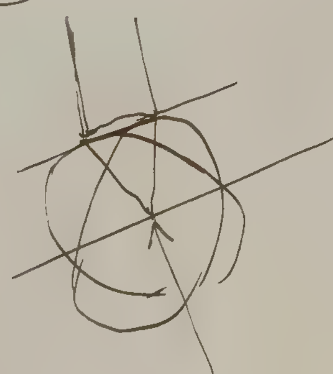
$$\boxed{\frac{\xi^2}{V^2-a^2} + \frac{\eta^2}{V^2-b^2} + \frac{\zeta^2}{V^2-c^2} = 1}$$

$$\frac{\lambda^2 V^2}{V^2-a^2} + \frac{\mu^2 V^2}{V^2-b^2} + \frac{\nu^2 V^2}{V^2-c^2} = 1$$ [illegible]

Wellenfläche

$$-V^4\Big[\underbrace{\lambda^2(b^2+c^2)+\mu^2(a^2+c^2)+\nu^2(a^2+b^2)}_{=(\lambda^2+\mu^2+\nu^2)(a^2+b^2+c^2)-(\lambda^2a^2+\mu^2b^2+\nu^2c^2)}\Big] + V^2\left[\lambda^2 b^2c^2+\mu^2 a^2c^2+\nu^2 a^2b^2\right] = -V^4(a^2+b^2+c^2) + V^2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2) \cancel{+} a^2b^2c^2$$





$\cos\varepsilon = \dfrac{\cancel{\quad}}{l\lambda + m\mu + n\nu}$

$\varphi = \dfrac{v}{\cos\varepsilon} = \dfrac{v}{l\lambda + m\mu + n\nu}$

$l\xi + m\eta + n\zeta = v$

$l\xi + m\eta + n\zeta + k(l^2 + m^2 + n^2) = v + k$

$\dfrac{\partial}{\partial l}$

$\xi + 2kl = \dfrac{\partial v}{\partial l}$ | l

$\eta + 2km = \dfrac{\partial v}{\partial m}$ | m

$\zeta + 2kn = \dfrac{\partial v}{\partial n}$ | n

$\dfrac{l}{a^2 - v^2} = \dfrac{\lambda}{g^2}$

$$\frac{2l}{a^2-v^2} + \underbrace{2\left[\frac{l^2}{(a^2-v^2)^2} + \frac{m^2}{(b^2-v^2)^2} + \frac{n^2}{(c^2-v^2)^2}\right]}_{\frac{1}{g^4}} v\frac{\partial v}{\partial l} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial l} = \frac{l}{v^2 - a^2}\frac{g^4}{v}$$

$\xi = \dfrac{\partial v}{\partial l} + vl$

$v + k - k + 2k = 0$

$2k = -v$

$\xi = l\left[v + \dfrac{1}{v^2-a^2}\dfrac{g^4}{v}\right]$

$\eta =$

$\zeta =$

$$\xi^2+\eta^2+\zeta^2 = v^2 + \cancel{2g^4\left(\frac{l^2}{v^2-a^2} + \frac{m^2}{v^2-b^2} + \frac{n^2}{v^2-c^2}\right)} + \frac{g^8}{v^2}\underbrace{\left[\frac{l^2}{(v^2-a^2)^2} + \frac{m^2}{(v^2-b^2)^2} + \frac{n^2}{(v^2-c^2)^2}\right]}_{=\frac{1}{g^4}}$$

$$\downarrow$$

$$\varphi^2 = v^2 + \frac{g^4}{v^2}$$

$$v^4 - v^2\left[l^2(b^2+c^2) + m^2(a^2+c^2) + n^2(a^2+b^2)\right] + l^2 b^2 c^2 + m^2 a^2 c^2 + n^2 a^2 b^2 = 0$$

$$L = l^2(b^2-c^2) \qquad M = m^2(c^2-a^2) \qquad N = n^2(a^2-b^2)$$

$$2V^2 = l^2(b^2+c^2) + m^2(a^2+c^2) + n^2(a^2+b^2) \pm \sqrt{\underbrace{M^2+N^2+P^2-2MN-2NP-2MP}_{(M+N-P)^2-4MN}}$$

2 [illegible] rovné jsou-li $\cancel{L}+M-\cancel{N}=0 \quad MN=0$

Nemůže býti $M=0$ by bylo $N=P$ co nemožno $N<0 \quad P>0$

tedy $N=0$

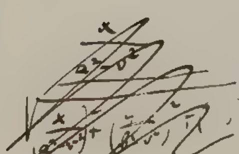
$\cancel{M}=0 \quad l^2(b^2-c^2) = n^2(a^2-b^2)$

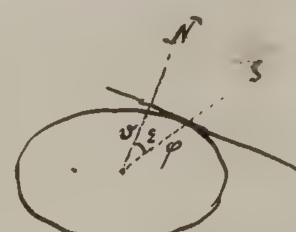
~~l^2 [illegible]~~

$$l = \sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}} \qquad m=0 \qquad n = \sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}$$

$l=0 \qquad v^4 - v^2\left[m^2(a^2+c^2) + n^2(a^2+b^2)\right] + m^2a^2c^2 + n^2a^2b^2 = 0$

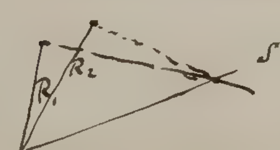
$$(v^2-a^2)\left[v^2-(b^2n^2+c^2m^2)\right]=0$$





[illegible] tak:

$$\frac{x^2}{a^2-r^2} + \frac{y^2}{b^2-r^2} + \frac{z^2}{c^2-r^2} = 0$$



$$K_1 \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} \qquad \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}$$

$$K_2 \frac{\partial Y}{\partial t} =$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z} = 0$$

$$K_3 \frac{\partial Z}{\partial t} =$$

$$\frac{\partial(K_1 X)}{\partial x} + \frac{\partial(K_2 Y)}{\partial y} + \frac{\partial(K_3 Z)}{\partial z} = 0$$

$$K_1 \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = \Delta^2 X - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right)$$

Fresnel ' = prop. pol. def.

$$u = K_1 X$$
$$v = K_2 Y$$
$$w = K_3 Z$$

$$u = K_1 X = A \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{lx + my + nz}{v}\right)$$

$$v = K_2 X = A \mu -$$

$$= A \nu$$

$$\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 = 1 = l^2 + m^2 + n^2$$

$$\lambda l + \mu m + \nu n = 0$$

proportional fol

$$\frac{\lambda}{c^2} = \frac{\lambda}{K_1 v^2} - \frac{l}{v^2}\underbrace{\left(\frac{l\lambda}{K_1} + \frac{m\mu}{K_2} + \frac{n\nu}{K_3}\right)}_{g^2}$$

$$\frac{\mu}{c^2} = \frac{\mu}{K_2 v^2} - \frac{m}{v^2}\left(\qquad \right)$$

$$\frac{\nu}{c^2} = \frac{\nu}{K_3 v^2} - \frac{\nu}{v^2}\left(\qquad \right)$$

prime Fresnel

$$\lambda\left(\frac{c^2}{K_1} - v^2\right) = l g^2 \qquad (a^2)$$
$$\mu\left(\frac{c^2}{K_2} - v^2\right) = m g^2 \qquad (b^2)$$
$$\nu\left(\frac{c^2}{K_3} - v^2\right) = n g^2 \qquad (c^2)$$

$$\frac{l^2}{a^2 - v^2} + \frac{m^2}{b^2 - v^2} + \frac{n^2}{c^2 - v^2} = 0$$

$$l = 0 \qquad m^2 c^2 - m^2 v^2 + n^2 c^2 - n^2 v^2 = 0$$

5) $\frac{x}{f} = \frac{f'}{x'} = \frac{1}{v}$

$xx' = ff'$

Jeśli punkty współrzędnych H, H'

$x' = f' + \xi'$

$x = f + \xi$ (znak zmiany bo z drugiej strony względem kierunku światła)

$(f'+\xi')(f+\xi) = ff'$

$\xi' f + \xi f' + \xi\xi' = 0$

$\frac{f}{\xi} + \frac{f'}{\xi'} + 1 = 0$

W szczególnym przypadku jak już mówiliśmy:

$f = \frac{r}{n-1} \qquad f' = \frac{nr}{n-1}$

$\frac{1}{e} + \frac{n}{e'} = \frac{n-1}{r}$

6) $v = \frac{f'}{x'} = \frac{f'}{f'+\xi'} = \frac{x}{f}$

$v = \frac{\frac{nr}{n-1}}{\frac{nr}{n-1}+e'} = \frac{1}{1+\frac{(n-1)e'}{nr}} = 1$ jeśli $e'=0$

powiększenie poprzeczne

powiększenie kątowe $w = -\frac{\mathrm{tg}\,u'}{\mathrm{tg}\,u} =$ z figury $-\frac{\frac{l}{f}}{\frac{l}{f'+\xi'}} = -\frac{f'+\xi'}{f} = -\frac{f}{x'} = -\frac{x}{f'}$

$= -\frac{f}{f'}\frac{1}{v} \qquad wv = -\frac{f}{f'}$

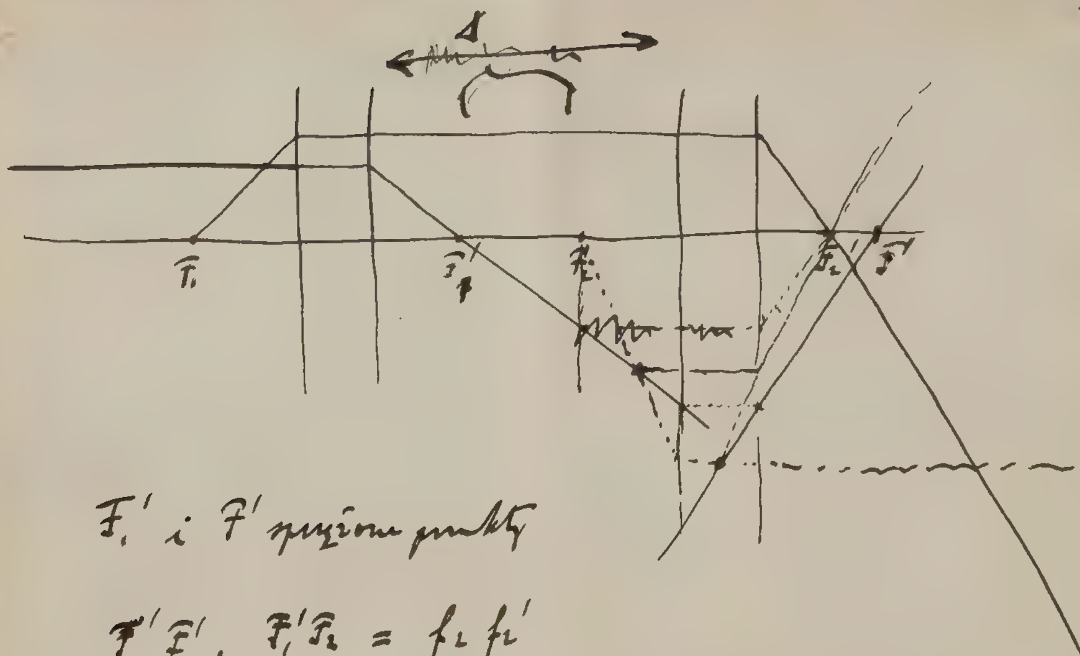
7) powiększenie podłużne: $xx' = ff'$

$(x+\Delta x)(x'+\Delta x') = ff'$

$x'\Delta x + x\Delta x' + \Delta x\Delta x' = 0$

$u = \frac{\Delta x'}{\Delta x} = -\frac{x'}{x+\Delta x'}$ więc zależy od $\Delta x'$; tylko dla ~~małych~~ potrzeb;

$$u = -\frac{u'}{u} = -\frac{v}{w}$$



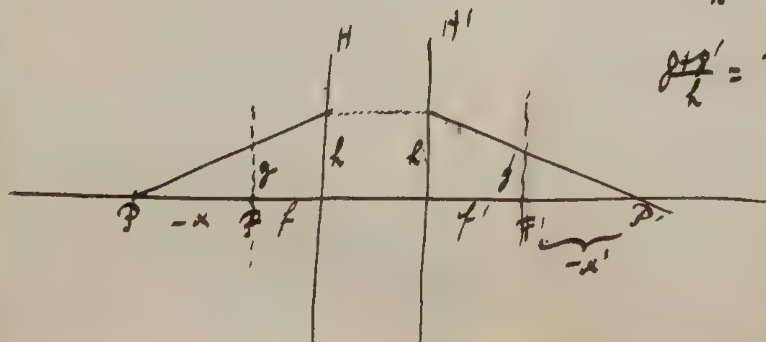
F_1' i F' sprzężone punkty

$$F_2'F' \cdot \underbrace{F_1'F_2}_{\Delta} = f_2 f_2'$$

$$F_2'F' = \frac{f_2 f_2'}{\Delta}$$

$$f' = \frac{f_2 f_1'}{\Delta}$$

Jeżeli punkt P na osi:

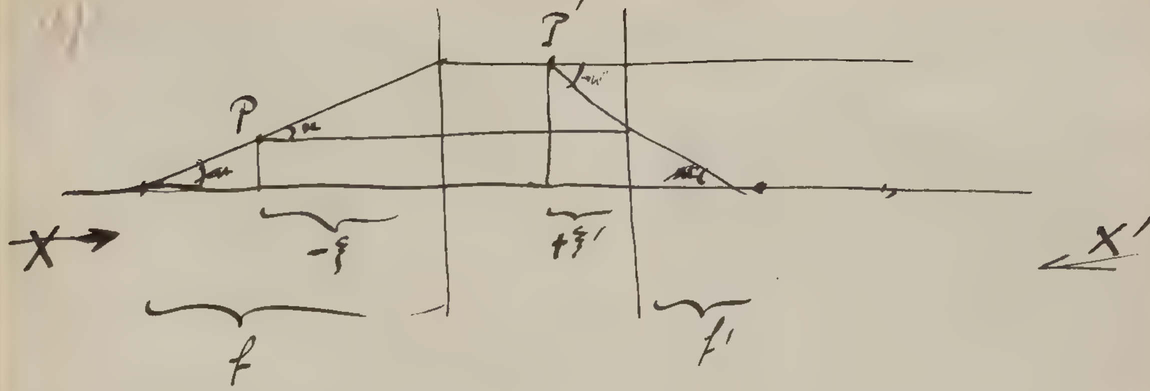


$$\frac{g}{h} = \frac{-x}{f-x} \qquad \frac{g'}{h'} = \frac{-x'}{f'-x'}$$

$$\frac{g+g'}{h} = \frac{-xf' + xx' - x'f + xx'}{ff' + xx' - xf' - x'f} = 1$$

$$(ff' = xx')$$

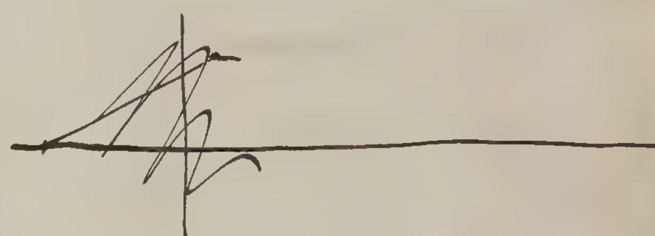
$$g + g' = h$$

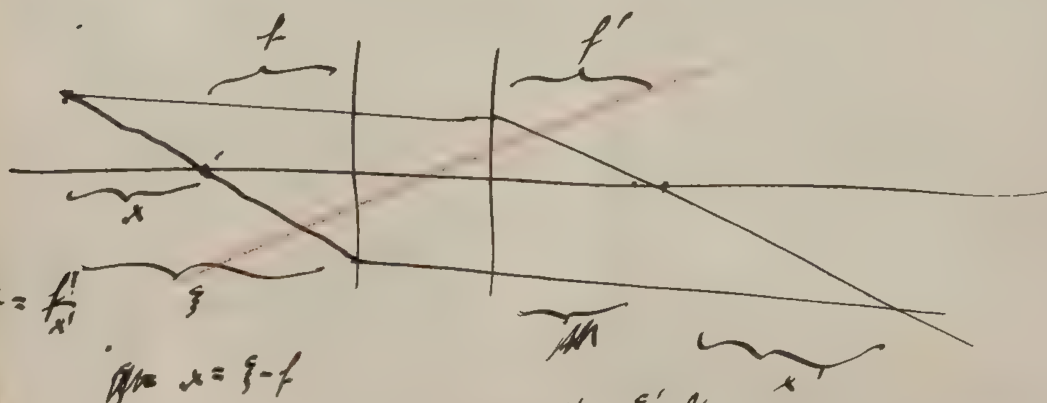


$$\frac{f+\xi}{f} = \frac{f'}{f'+\xi'}$$

$$+\xi f' + \xi\xi' + \xi' f = 0$$

$$1 + \frac{\xi}{f} + \frac{\xi'}{f'} = 1$$





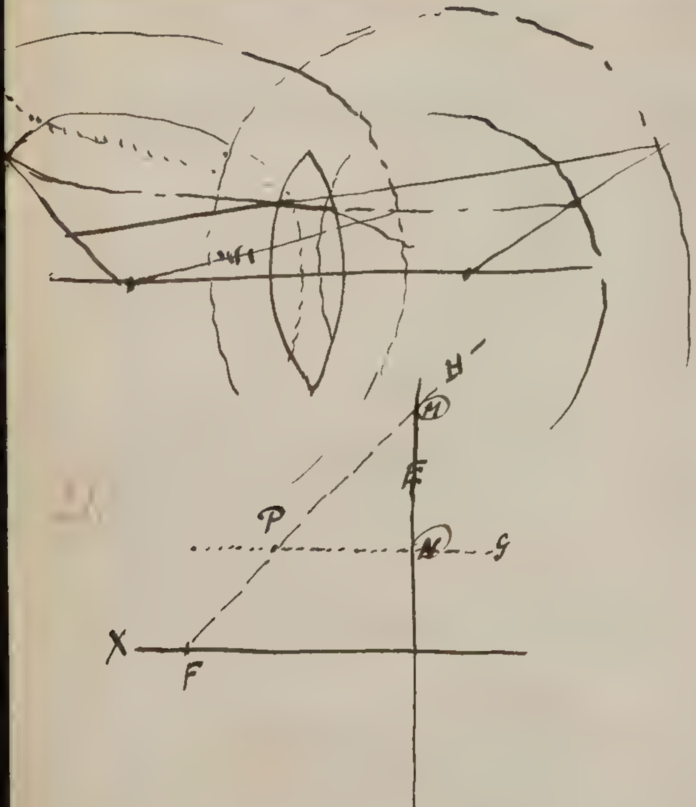
$$\frac{x}{f} = \frac{f'}{x'}$$

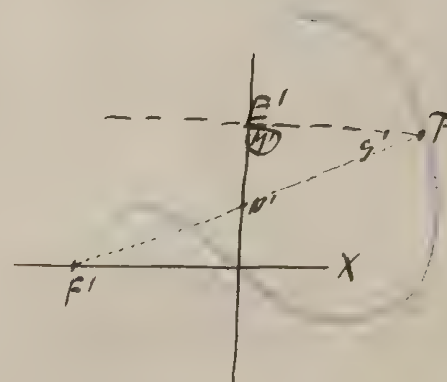
$$x = \xi - f \qquad x' = \xi' - f'$$

$$\frac{\xi - f}{f} = \frac{f'}{\xi' - f'}$$

$$\xi\xi' - f\xi' - f'\xi = 0$$

$$\frac{\xi}{f} + \frac{\xi'}{f'} = 1$$

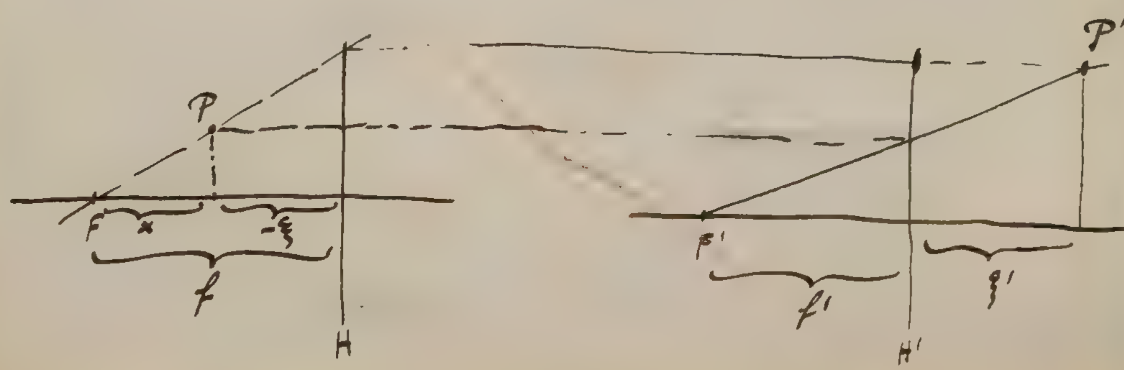




powiększenie v

Płaszczyzny główne

Wykreślić można jeszcze prostsze konstrukcye

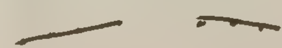


promienie sprzężone

Ogólny system optyczny z osiową symetryą

nazywamy obraz z punkt [punkty] gdzie się promienie wychodzące z przedmiotu się przecina

obraz przedmiotu jest zbiorem punktów



Jeśli wszystkie istnieją odwzorowane to punkt . . . punkt

Tak zwana jednokreślność (Kollin. Verwandt)

I. Najprostsze jest gdzie punkt i obraz nieskończony

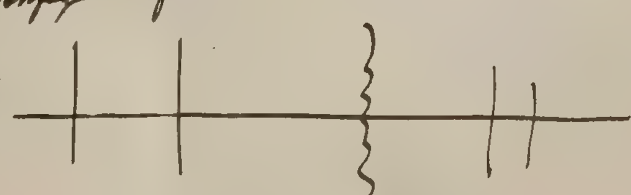
~~że w płaszczyźnie~~ t.zn. że przyłożenie dla wszystkich ~~osi~~ promieni równoległych jednakowe } teleskopowe odwzorowanie

II. ze równoległych potem odwrócić tyż równoległe

III. równoległe ... Najogólniejszy zgodny z symetryą

płaszczyzny ogniskowe

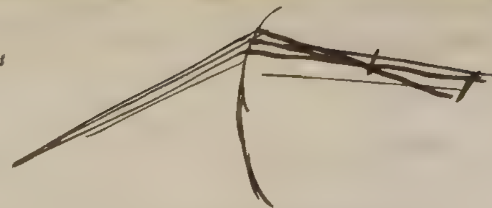
~~ale położenie dla~~



ale położenie w różnym

równoległych płaszczyzn równe

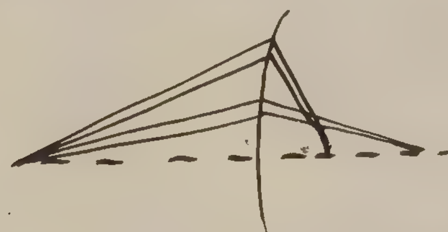
Zatem: I). Astygmatyzm:



jeśli zmniejszymy ∢ to znoszą się dla każdego punktu

II Aberracja na osi

zależnie od nachylenia dział w różnych punktach:



III ~~Dla~~ Jeśli punktów na osi obrazy wszystkie w tym samym miejscu

nie potrzebujemy ~~obrazy~~ obrazy elementu pow. być równej wielkości wszystkie ...

wszystkich promieni :

warunek aplanatyczności

IV ~~Dla~~ Jeśli wszystkie wyrazistości jeszcze

wyrównanie

warunek orthoskopii

V Krzywizna obrazu

względnie o Achromatyzmie

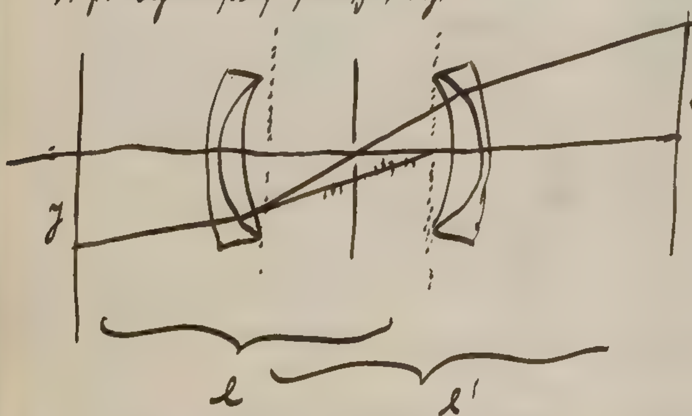
I Fotogr. ~~krajobrazy~~ krajobrazy:

Wielka pow. przy ~~[illegible]~~ względnie mniej,

Astygmatyzm, Orthoskopia, Krzywizna

ważny środek ku temu więcej odsuw. „Blende"

N.p. symetryczny podwójny obj.



Pierwotnie pojed. soczewka z diafragmą (ortosk.

zaczerwienie dagerotypii 1839

 Achrom. i bez dys. [illegible]

Sym. doublet Steinheil 1866

ortosk. (com.)

Jeśli nas. ~~[illegible]~~ achrom. nazywa

„Aplanat" (nie zauważalny

rozmaite nazwy, wybiegający więcej

symetr. doublet 1840 Petzval

Steinheil Antiplanet

Zeiss anastigmat

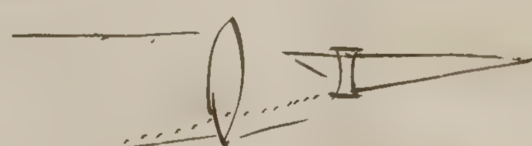
$\frac{y'}{l'} = \operatorname{tg} u'$

$\frac{y}{l} = \operatorname{tg} u \qquad u = u'$

$\frac{y'}{y} = \frac{l'}{l}$ = wszystko dla równych promieni:

Anastigmaty Drude p. 87

Teleobjektiv



siły krótka kamera | bo ~~[illegible]~~ obraz ten wielki obraz więcej [illegible]

portrety

mała pow. wielkie nagromadzenie (bo wielkie znaczenie siły zbioru światła)

Aberracja, Aplanatyzm | nie dowodzi tak bardzo o ortoskopii

Achromatismus	n_C	n_D	n_F	$\nu = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$ $\left(\frac{\Delta n}{n-1}\right)$
Calcium Silicat Crown	1·5153	1·5179	1·5239	0·0166
Silicat Flint	1·6143	1·6202	1·6314	0·0276

λ i f dle jakých kolorů [illegible] [illegible]
[illegible] . [illegible]

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \qquad \frac{1}{f_1} = (n_1-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = (n_1-1)\,k_1$$

$$d\left(\frac{1}{f_1}\right) = dn_1\,k_1 = \frac{dn_1}{n_1-1}\,\frac{1}{f_1} = \frac{\nu_1}{f_1}$$

$$d\left(\frac{1}{f}\right) = d\left(\frac{1}{f_1}\right) + d\left(\frac{1}{f_2}\right) = 0 = \frac{\nu_1}{f_1} + \frac{\nu_2}{f_2}$$

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{f}\,\frac{\nu_2}{\nu_2-\nu_1} \qquad \frac{1}{f_2} = -\frac{1}{f}\,\frac{\nu_1}{\nu_2-\nu_1}$$

jinde program f
rozptyl $\nu_1' = \nu_2$

jedna z druhu. (tak asi obrazy [illegible])

Předmět   objektivy dalekohledu

$$\Delta = a - (f_1 + f_2) \qquad f = \frac{f_1 f_2}{\underbrace{f_2 + f_1 - a}_{\Delta}}$$

$$f = \frac{f_1 f_2}{a - (f_1 + f_2)} \qquad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{a}{f_1 f_2}$$

$$0 = \frac{\nu_1}{f_1} + \frac{\nu_2}{f_2} - \frac{a(\nu_1+\nu_2)}{f_1 f_2} \qquad a = \frac{\nu_2 f_1 + \nu_1 f_2}{f_1 f_2}$$

$\nu_1 = \nu_2$: $\quad a = \frac{f_1 + f_2}{2}$

Dvě čočky rovnací dotýkají se $\Delta = -(f_1+f_2)$

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1+f_2} = f'$$ $$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

$F_2' F' = \frac{f_2^2}{f_1+f_2}$

Okulare rozptyl. a ve spojit

Ramsden

$f_1 = f_2 = a$ rozptyl: $a = \frac{2}{3} f_1$ čočky nerovné ...

Huyghens rozptyl $f_1 = 3 f_2$ $a = 2 f_2$

Mikroskop

Objektyw: 1) Aplanatyczne ; Abbego.
2). Achrom.

Okular 1). Astygmatyczne
2). ortoskopowe
3). Achrom.

Znaczenie Apertury ($n \sin U$)
dotychczas $< 1{\cdot}6$

apochromaty = systemy achrom. takie że ... aplanatyczne

$$\delta > \frac{\lambda}{2a}$$

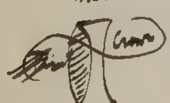
$= 0{\cdot}00016$ mm

rozróżnić jeszcze możemy okiem 2' zatem powiększenie 900

Anastygmat fotograf.

Achromat. : $\nu_2 f_1 = -\nu_1 f_2$

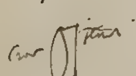
stare



1 2

$f_1 < f_2$

$\nu_2 > \nu_1$



2 1

~~spłaszczenie~~ krzywizna $= 0$

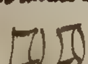
jeśli $n_1 f_1 = -n_2 f_2$

jeśli $\frac{\nu_2}{\nu_1} \Big| \frac{n_2}{n_1}$ wtedy ↑ niemożliwe

tylko jeśli szkło posiadające duże ν ma większe n
mała ν duże n

Neoachromat

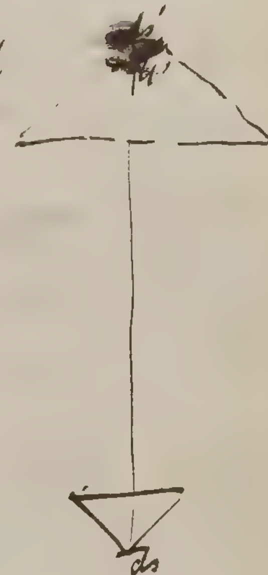
Altachrom + Neoachrom =



Anastygmat aplan.

Natężenie światła wychodzącego pod kątem φ w przez ... (wchodzącego na ds')

$$i\,ds\int_0^U 2\pi\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi = \pi\, i\,ds\sin^2 U$$



oświetlenie obrazu jeśli żadnej straty energii, to musi

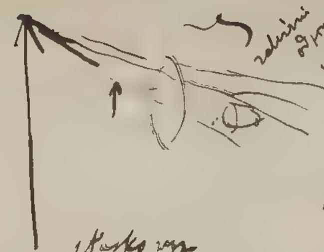
$$\pi\, i\,ds\sin^2 U = \pi\, i'\,ds'\sin^2 U'$$

$$i' = i\,\underbrace{\frac{ds}{ds'}\,\frac{\sin^2 U}{\sin^2 U'}}_{} = \left(\frac{y\sin U}{y'\sin U'}\right)^2 = \left(\frac{n_0}{n'}\right)^2 i$$

zatem natężenie ~~światła~~ obrazu wzrasta z kwadratem (Storia [illegible]!)

$(n_0\sin U)^2 = a^2$ numerische Apertur

Lupa



$$\frac{f}{x} = \frac{x'}{f} = \frac{\delta + a}{f}$$

$\delta = 25$ cm

przedziałka ostrości przyjem 8 dkt

Mikroskop 1). $f = -\frac{f_1 f_2}{\Delta}$ gdy powiększenie odstęp Δ można zmieniać dowolnie f

$f' = \frac{f_1' f_2'}{\Delta}$

np. $f_1 = f_2 = 10$ mm $\quad \Delta = 100 \quad f = 1$ mm

2). wielki odstęp oka

3). i przedmiotu

4). źródło wyrównać okular

5). podział zadania między obj. i ok. aberracje błędy i wielka apertura

Już używano w 16 i 17 wieku

achromat. Frauenhofer Amici około 1811 1817 etc.

obj. złożony z kilku soczewek ... celem zmniejszenia błędów

Lister (1830) zwrócił uwagę na znaczenie punktów aplanatycznych

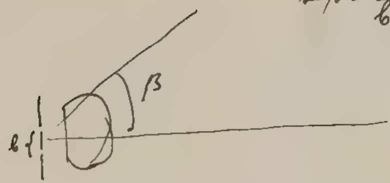
Amici: (w dostęp. ...)

z immersyjną Amici woda (1840)

1878 Abbe homog. imm.

Abbe i apochromaty (1886)

$$\sin\beta = \frac{\lambda'}{b} = \frac{n\lambda}{b}$$



odległość ~~punktu głównego~~ ogniska od wierzchołka

$$f_2' + F_2'F' = \frac{f_2'}{\Delta}(\Delta + f_2)$$

$$= \frac{\frac{V_3 r_2}{V_3 - V_2}\left[d - \frac{V_2 r_1}{V_2 - V_1}\right]}{d - \frac{V_2 r_1}{V_2-V_1} \cdot \frac{V_2 r_2}{V_3 - V_2}} + \quad = -\frac{\frac{r_2}{n-1}\left[d - \frac{n r_1}{n-1}\right]}{d(n-1) - n r_1 + n r_2}$$

odległość punktu głównego od wierzchołka

$$h' = f_2' + F_2'F' - f' = \frac{-r_2 d}{d(n-1) - n r_1 + n r_2}$$ wzór dla cienkich soczewek między wierzchołkami

$$\neq -\frac{d}{n}\frac{r_1}{r_1 - r_2}$$

Cienkie soczewki

$$f = f' = \frac{-r_1 r_2}{(n-1)(r_1 - r_2)}$$

zatem ~~dioptryczne~~ [illegible]

Dodatnie jeśli $r_1 > 0$, $r_2 < 0$ 

$r_1 > 0$, $r_2 > 0$, $r_2 > r_1$ 

$r_1 < 0$, $r_2 < 0$, $r_1 > r_2$

Ujemne jeśli 

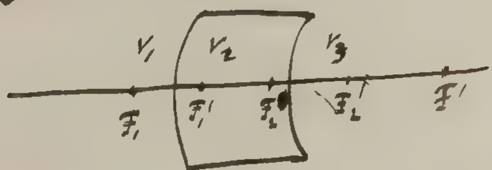
Dla takich cienkich soczewek odległ. od ogniska = ogniskowa, ale nie dla grubych!

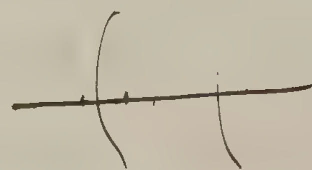
$f = -\frac{r}{2}$ $\qquad f' = \frac{r}{2}$

można to zatem podciągnąć pod ogólny wzór $\quad f = -\frac{nr}{n-1} \qquad f' = -\frac{r}{n-1}$

stawiając $n = -1$

Soczewki:





$$\Delta = d - f_1' - f_2$$

$f_1 = \frac{\nu_1}{\nu_2 - \nu_1} r_1 \quad \Big| \quad f_1' = \frac{\nu_2}{\nu_2 - \nu_1} r_1 \quad \Big| \quad f_2 = \frac{\nu_2}{\nu_3 - \nu_2} r_2 \quad \Big| \quad f_2' = \frac{\nu_3}{\nu_3 - \nu_2} r_2$

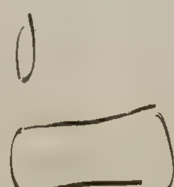
$$f = -\frac{\nu_1 \nu_2 \; r_1 r_2}{(\nu_1 - \nu_2)(\nu_2 - \nu_3)\left(d - \frac{\nu_2 r_1}{\nu_1 - \nu_2} - \frac{\nu_2 r_2}{\nu_2 - \nu_3}\right)}$$

$\nu_3 = \nu_1 = 1 \quad \| \quad \nu_2 = n$

$F_2' F' = \dots$

$$f = -\frac{n r_1 r_2}{(n-1)^2 \left[d(n-1) - n r_1 + n r_2\right]}$$

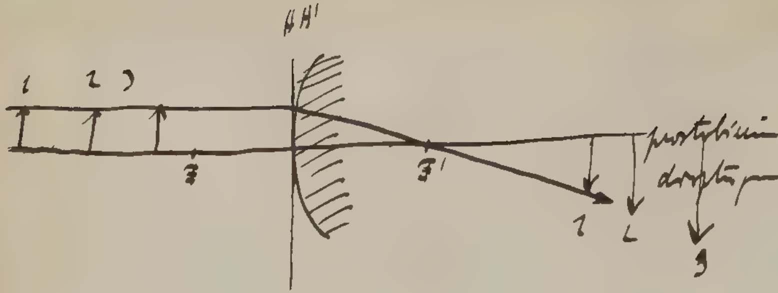
więc zależne od d



dla cienkich soczewek

$$f = -\frac{r_1 r_2}{(n-1)(r_1 - r_2)}$$

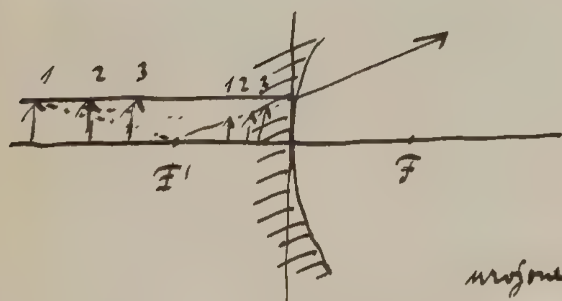
$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

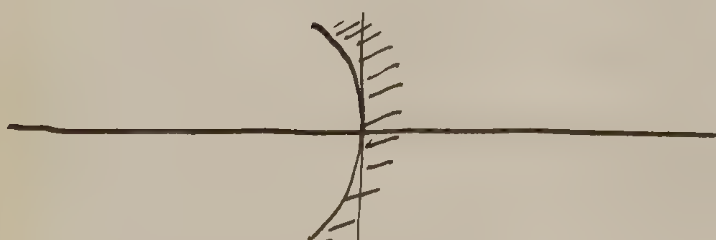


$$f = \frac{\nu r}{\nu' - \nu} \qquad f' = \frac{\nu' r}{\nu' - \nu}$$

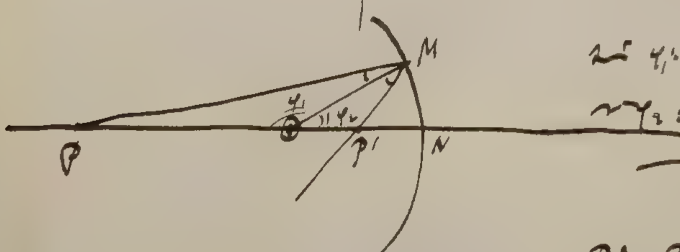
$$\nu' = 1 \qquad \nu = n$$

$$f = -\frac{n r}{n-1} \qquad f' = -\frac{r}{n-1}$$





může být to samé tytéž
předmět a obraz zaměniti
zatím $r \ldots -r$



$$\sin\varphi_1 : \sin\alpha = PM : PO$$

$$\sin\varphi_2 : \sin\beta = P'M : P'O$$

$$PM : PO = P'M : P'O$$

$$PO : P'O = PM : P'M$$

$$\neq PN : P'N$$

$PN = e$

$P'N = -e'$

$-r$

$$\frac{e+r}{e'-r} = -\frac{e}{e'} \qquad 1 + \frac{r}{e} = -1 + \frac{r}{e'} \qquad -\frac{1}{e} + \frac{1}{e'} = \frac{2}{r}$$

$\cancel{f = \frac{r\nu}{\nu'-\nu}}$ $\cancel{f' = \frac{r\nu'}{\nu'-\nu}}$

$$\frac{1}{e} + \frac{n}{e'} = \frac{n-1}{r} \qquad\qquad \frac{1}{\xi} + \frac{n}{\xi'} + \frac{n-1}{r} = 0$$

$$\frac{\frac{r}{n-1}}{\xi} + \frac{\frac{nr}{n-1}}{\xi'} + 1 = 0$$

$$f = \frac{r}{n-1}$$

$$f' = \frac{nr}{n-1} \qquad n = \frac{\nu}{\nu'}$$

ogólnie: $f = \frac{\nu r}{\nu' - \nu}$ $\quad f' = \frac{\nu' r}{\nu' - \nu}$ $\quad \frac{f}{f'} = \frac{\nu}{\nu'}$

W systemie: $\frac{f_1}{\nu} = \frac{f_1'}{\nu'} = \frac{f_2}{\nu_2} \dots$

$$\frac{f}{f'} = \frac{f_1 \, f_2 \, f_3 \dots}{f_1' \, f_2' \, f_3' \dots} = \frac{\nu}{\nu'} \, \frac{\nu'}{\nu''} \dots = \frac{\nu}{\nu_k}$$

stosunek $\frac{f}{f'}$ = stosunkowi [illegible] [illegible]

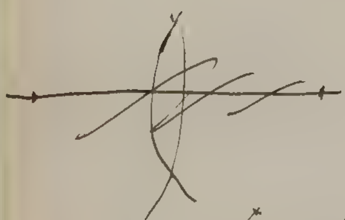
zatem w powietrzu: obie ogniskowe równe!

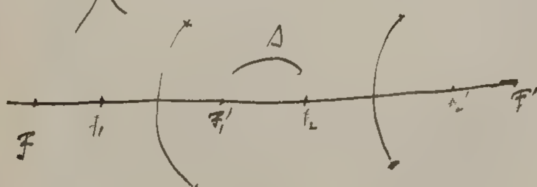
$\frac{y'}{y} = 1 - \frac{e'}{f'}$! f

$\frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} = -\frac{e-f}{f} = -\frac{e}{e'} = -\frac{f}{e'-f'}$

$\frac{y' \operatorname{tg} u'}{y \operatorname{tg} u} = \frac{f}{f'} = \frac{1}{n} = \frac{n}{n'}$

[illegible] $\quad n' y' \operatorname{tg} u' = \text{const}$



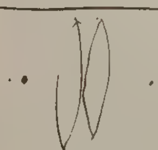


$\frac{1}{e} + \frac{1}{e'} = \frac{n-1}{r}$

$$F' = \frac{f_1^* f_2^*}{\Delta} = \frac{n r_1}{n-1} \cdot \frac{n r_2}{1-n} \cdot \frac{1}{d - \frac{n r_1}{n-1} - \frac{n r_2}{1-n}} = -\frac{n r_1 r_2}{(n-1)\left[n(r_1-r_2) - d(n-1)\right]}$$

$d=0$:

$\frac{1}{F'} = \cancel{\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}} \quad (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

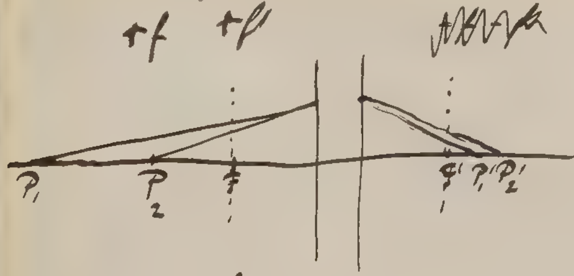


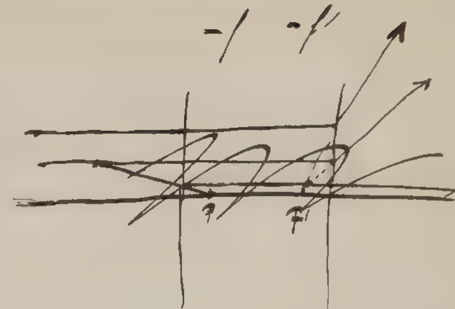
$\Delta = -(f_1 + f_2)$

$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

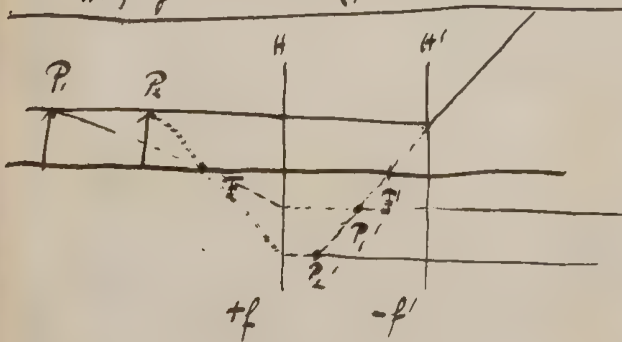
Różne rodzaje, zależnie od znaków f f'





$x x' = f f'$

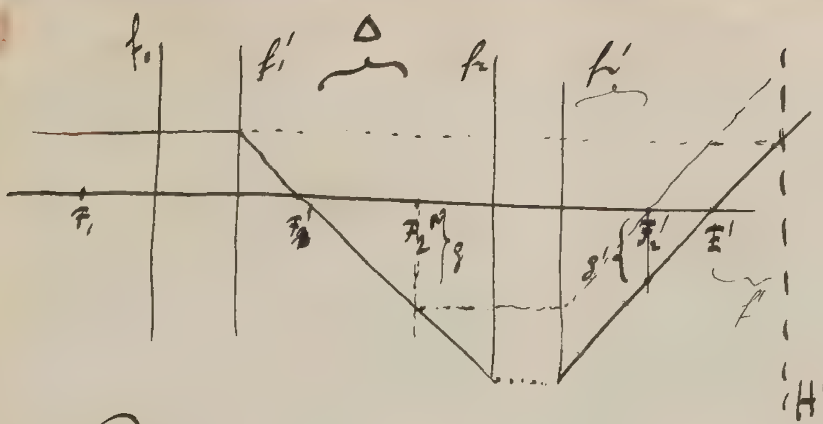
dioptryczne odwr.. (przeciwbieżne)



przeciwbieżne katoptryczne

skupiające (w kierunku od H'ku F')

$-f$ $+f'$ (rozpraszające w kierunku H'ku Z')



$$\overline{F'H'} = f \qquad\qquad = f_1'$$

$$w = \frac{\operatorname{tg} u_2'}{\operatorname{tg} u_2} = -\cancel{\frac{F_2' F'}{f_2'}} = -\frac{f_2}{F_2'F'} = -\frac{\frac{y}{f'}}{\frac{y}{f_2'}} = -\frac{f_2'}{f'}$$

$$F_2'F' = -\cancel{\frac{\;}{f_2}} = \cancel{\;} \frac{f_2 f'}{f_1'} = \frac{f_2 f_2'}{\Delta} \qquad\qquad -\frac{f_2}{f_2 f_2'}\Delta = \frac{f_2'}{f'}$$

$$f' = \frac{f_1' f_2'}{\Delta} \qquad\qquad f' = \frac{f_1' f_2'}{\Delta}$$

i odpowiednio: $\quad f = -\dfrac{f_1 f_2}{\Delta}$

Podobnie: $\quad f = (-1)^{k-1} \dfrac{f_1 f_2 \dots f_k}{N} \qquad f' = \dfrac{f_1' f_2' \dots f_k'}{N}$

$$\frac{f}{f'} = (-1)^{k-1} \frac{f_1 f_2 \dots f_k}{f_1' f_2' \dots f_k'}$$

$$f' = \frac{y}{\operatorname{tg} u_2'} =$$

I ~~...~~ przekroju sferycznym

$$\frac{1}{e} + \frac{n}{e'} = \frac{n-1}{r}$$

$$f' = \frac{nr}{n-1} \qquad f'' = \frac{r}{n-1} \qquad f = n f'$$

takie $\frac{ee'}{r} > 0$

przedmiotowe —

dla $r<1$

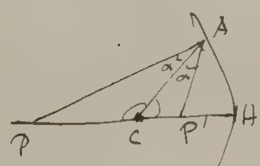
$$\frac{1}{e} + \frac{n}{e'} = -\frac{n-1}{r}$$

jedno zwykłe i ...

II). Odbicie

$n=-1$

$$\frac{1}{e} + \frac{1}{(-e')} = \frac{2}{r}$$



$$\sin\alpha : \sin\varphi = \frac{|PC|}{|PA|} = \frac{|P'C|}{|P'A|}$$

$$\frac{e-r}{r-e'} = \frac{e}{e'}$$

$$1 - \frac{r}{e} = \frac{r}{e'} - 1$$

$$\frac{r}{e} + \frac{r}{e'} = 2 \qquad \frac{1}{e} + \frac{1}{e'} = \frac{2}{r}$$

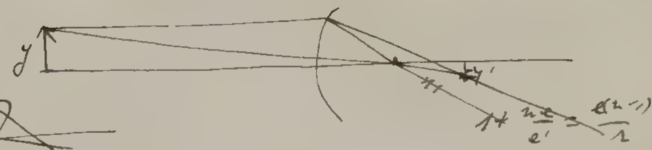
albo odpowiednio —

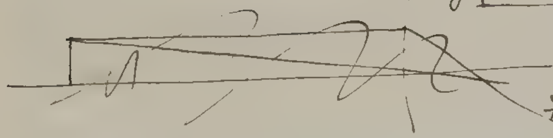
$$\frac{1}{e} - \frac{1}{e'} = -\frac{2}{r} \qquad n=-1$$

przeciwbieżne

dla $r>0$

Powiększenie



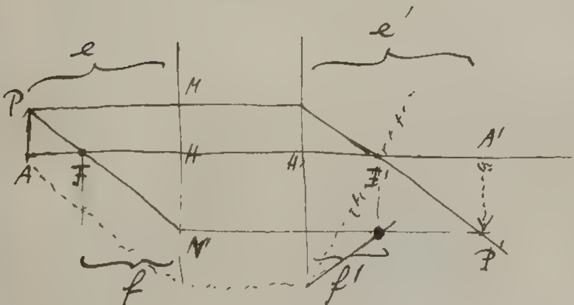


$$\frac{y}{y'} = -\frac{e+r}{e'-r} = -\frac{ne}{e'} = -\left[\frac{e(n-1)}{r}-1\right]$$

$$= 1-\frac{e(n-1)}{r}$$

$$= 1 \text{ dla } e=0$$

Punkty główne i ogniska wystarczą do konstrukcji



$$\frac{PA}{AF} = \frac{MN}{AH}$$

$$\frac{PA}{A'P'} = \frac{MN}{A'H'}$$

$$\frac{AF}{A'F'} = \frac{AH}{A'H'}$$

$$\frac{e-f}{f'} = \frac{e}{e'}$$

$$1-\frac{f}{e} = \frac{f'}{e'}$$

$$\frac{f}{e}+\frac{f'}{e'} = 1$$

$$\frac{e-f}{e} = \frac{f'}{e'}$$

$$\frac{f}{e} = \frac{e'-f'}{e'}$$

$$\frac{e-f}{f} = \frac{f'}{e'-f'}$$

$$\overset{x}{\frown} \quad \overset{x'}{\frown}$$

$$(e-f)(e'-f') = ff'$$

zawiera wszystkie tamte wzory jako szczególne przypadki

$$= -\frac{x'}{f'} =$$

$$\frac{y'}{y} = -\frac{P'A'}{PA} = -\frac{F'A'}{A'F'} = -\frac{e'-f'}{f'} = v = 1 - \frac{e'}{f'} = \frac{f}{e}$$

$= 1$ jinde $e' = 0$

poměrka podstatná : $\frac{de'}{de}$ $\qquad -\frac{f}{e^2}\,de - \frac{f'}{e'^2}\,de' = 0$

$$\frac{de'}{de} = -\frac{f}{f'}\frac{e'^2}{e^2}$$

$$(e-f)(e'-f') = f f'$$

$$de\,(e'-f') + de'\,(e-f) = 0$$

$$\frac{de'}{de} = -\frac{e'-f'}{e-f}$$

$$= -\frac{e'}{e}\left[\frac{e'}{f'} - 1\right]$$

$$\frac{e'-f'}{e-f} = \frac{f e'^2}{f' e^2}$$

$$\frac{e'f' - f'^2}{e'^2} = \frac{ef - f^2}{e^2}$$

$$\frac{f'}{e'} - \frac{f}{e} = \frac{f'^2}{e'^2} - \frac{f^2}{e^2} = \left(\frac{f'}{e'} - \frac{f}{e}\right)\left(\frac{f'}{e'} + \frac{f}{e}\right)$$

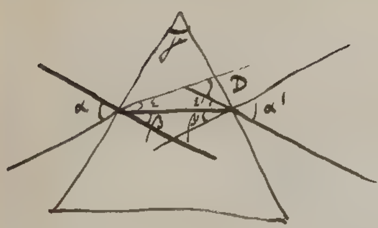
$$\frac{f'}{e'} + \frac{f}{e} = 1$$

$$\frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} = -\frac{\frac{Y}{f'}}{\frac{Y}{e}} = -\frac{ye}{f'Y}$$

$$Y : y = e : e-f$$

$$Y = \frac{ye}{e-f}$$

$$= -\frac{ye(e-f)}{f'ye} = -\frac{e-f}{f'} = -\frac{e}{e'} = \frac{-f}{e'-f'} = -\frac{f}{x'} = -\frac{x}{f'}$$



$$D = \varepsilon + \varepsilon'$$

$$= \alpha - \beta + \alpha' - \beta' = \alpha + \alpha' - \gamma$$

$$\beta + \beta' = \gamma$$

$$\sin\alpha = n \sin\beta$$

$$\sin\alpha' = n \sin\beta'$$

$$\sin\alpha' = n \sin(\gamma - \beta)$$

~~$\sin D$~~

$$\sin(D+\gamma) = \sin\alpha \cos\alpha' + \cos\alpha \sin\alpha'$$

Maxim. for $\dfrac{\partial D}{\partial \alpha} = 0$

$$\cos(\alpha + \alpha') \cdot \delta(\alpha + \alpha') = 0$$

$$\delta\alpha = -\delta\alpha'$$

$$\cos\alpha\, \delta\alpha = n \cos\beta\, d\beta$$

$$\cos\alpha'\, \delta\alpha' = n \cos\beta'\, d\beta'$$

$$d\beta = -d\beta'$$

$$\cos\alpha\, \delta\alpha = -n \cos\beta\, d\beta' =$$

$$= -\cos\alpha'\, \delta\alpha' \frac{\cos\beta}{\cos\beta'} = -\delta\alpha'$$

$$\therefore \quad \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} = \frac{\cos\beta}{\cos\beta'}$$

$$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{\cos\alpha'}{\cos\beta'} \quad \Bigg| \quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\alpha'}{\sin\beta'}$$

$$a' = +b\,\mathrm{ctg}\,\alpha \; \frac{\frac{d\beta}{\cos^2\beta}}{\frac{d\alpha}{\sin^2\alpha}} = b\,\mathrm{ctg}\,\alpha \; \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\beta} \; \frac{1}{n\cos\beta}$$

$\sin\alpha = n\sin\beta$
$d\alpha = n\cos\beta\, d\beta$

$$= \frac{b\cos\alpha\sin\alpha}{n\cos^3\beta} = \frac{b}{n}\,\frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\frac{\cos^2\beta}{\sin\beta}\;\frac{\sin\beta}{\sin^2\alpha}}\cos\beta = \frac{b}{n}\,\frac{\mathrm{ctg}\,\alpha}{\mathrm{ctg}^2\beta \; \frac{1}{n^2}}\cos\beta$$

$$= b\,\frac{\cos\alpha}{\cos^2\beta}\,\mathrm{tg}\,\beta$$

np. $\alpha = 0$ $\qquad a' = 0$

$$b' = a'\,\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{b\cos^2\alpha}{n\cos^3\beta} \qquad \| \qquad b' = \frac{b}{n}$$

$$\cancel{a = b\,\mathrm{tg}\,\beta}$$

$$\cancel{a' = a\,\frac{\cos\alpha\sin\alpha}{n\cos^3\beta\,\mathrm{tg}\,\beta} = \frac{a\sin\alpha\cos\alpha}{n\sin\beta\cos^2\beta}}$$

$$\cancel{a' = a\,\frac{\cos\alpha}{\cos^3\beta}}$$

$\alpha = \frac{\pi}{2}$ $\qquad a' = \lim \cancel{\frac{b\cos\frac{\pi}{2}}{n\cos^3}} = 0$

$b' = 0$

$\alpha = \frac{\pi}{2}$

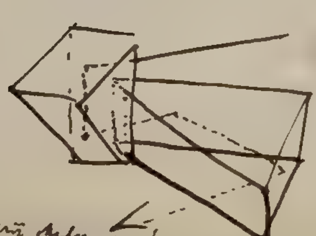
$$\delta a = a' - a = b\left[\frac{\cos\alpha}{\cos^2\beta} - \mathrm{tg}\,\beta\right] = b\left(\frac{\cos\alpha}{\cos^2\beta} - 1\right)\mathrm{tg}\,\beta$$

dla małych α $\qquad \delta a = b\,\mathrm{tg}\,\beta\left[\frac{1-\frac{\alpha^2}{2}}{1-\left(\frac{\alpha}{n}\right)^2} - 1\right]$

$$= b\,\mathrm{tg}\,\beta\;\frac{1-\frac{\alpha^2}{2} - 1 + \left(\frac{\alpha}{n}\right)^2}{1-\left(\frac{\alpha}{n}\right)^2} \doteq b\,\mathrm{tg}\,\beta\left[\left(\frac{\alpha}{n}\right)^2 - \frac{\alpha^2}{2}\right]$$

zatem δa dodatnie jeśli $n < \sqrt{2}$

Zeiss
podwójne lun.



wiele kostek na ... zwicki

F $\qquad$ F $\qquad$ F

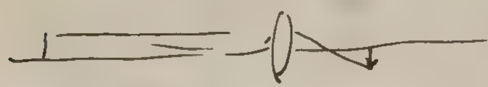
£ $\qquad$ ℑ $\qquad$ £

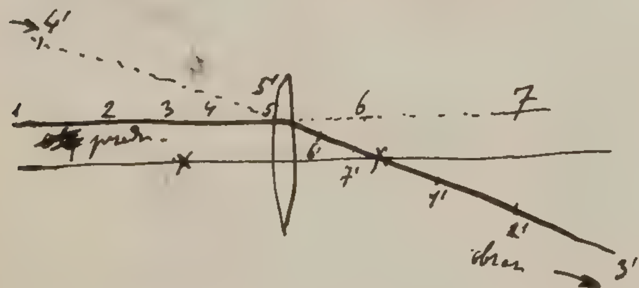
Stereoskop'em widzimy Distanzmesser!

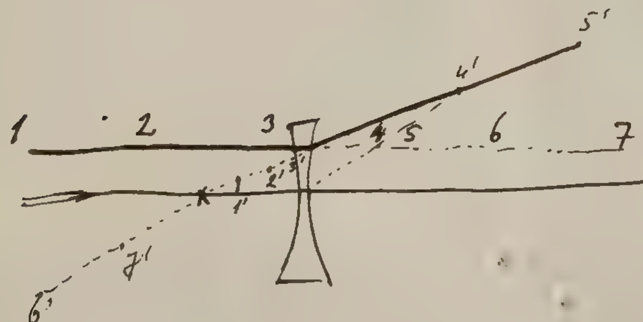
Ćwiczenia

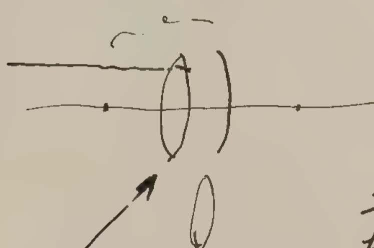
Dyskusja soczewek

Największe uwydatnienie   pochodzenie skupiające









$$x x' = f^2$$

$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{n-1}{\cancel{n}}\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\frac{1}{f} = \underbrace{\frac{2}{f_1} + \frac{1}{f_2}}$$

$$\cancel{f_2 = -\frac{r_2}{2}}$$

$$\frac{1}{f_2} = -\frac{2}{r_2}$$

$$\frac{1}{f_2'} = \frac{2}{r_2}$$ [illegible]

$$= \frac{2(n-1)}{r_1} - \frac{2n}{r_2}$$

Jeśli $r_1 = r_2$ $\quad \frac{1}{f} = -\frac{2}{r_1}$ bo z lewa

$r_1 = -r_2$ $\quad \frac{1}{f} = \frac{2(2n-1)}{r_1} = -\frac{1}{f'}$

$x = f - l$

$x' =$

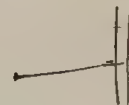
$(f-e)(f+e') = f^2$

$(-e+e')f - ee' = 0$

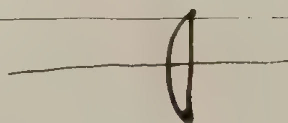
$-\frac{1}{e'} + \frac{1}{e} = -\frac{1}{f}$

$\frac{1}{e} - \frac{1}{e'} = -\left[\frac{2(n-1)}{r_1} - \frac{2n}{r_2}\right]$

N. p. $r_1 = r_2 = \infty$ $e = -e'$



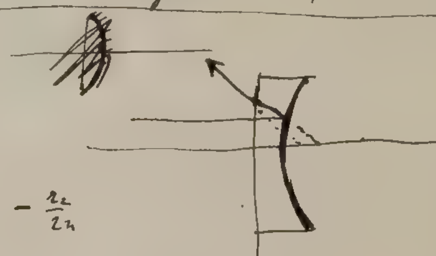
$r_2 = \infty$



$\frac{1}{e} - \frac{1}{e'} = -\frac{2(n-1)}{r_1}$

tak samo jak przy zwier. 
tylko że z lewej strony

$r_1 = \infty$ $\frac{1}{e} - \frac{1}{e'} = \frac{2n}{r_2}$

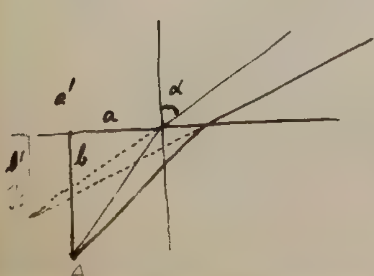


$e = \infty$ $e' = -\frac{r_2}{2n}$

$r_1 = r_2$ $\frac{1}{e} - \frac{1}{e'} = \frac{2}{r}$

$r_2 = -r_1$ $\frac{1}{e} - \frac{1}{e'} = -\frac{2(2n-1)}{r_1}$

więc jeszcze silniejsze niż)



$$y = x\,\mathrm{ctg}\,\alpha$$
$$y = (x-\delta x)\,\mathrm{ctg}(\alpha-\delta\alpha)$$
$$\delta x = b\left[\mathrm{tg}(\beta+d\beta) - \mathrm{tg}\,\beta\right]$$

$$e'\,\mathrm{ctg}\,\alpha = (e'-\delta x)\,\mathrm{ctg}(\alpha-\delta\alpha)$$
$$e' = -\frac{\delta x\,\mathrm{ctg}(\alpha-\delta\alpha)}{\mathrm{ctg}\,\alpha - \mathrm{ctg}(\alpha-\delta\alpha)}$$
$$= -b\,\mathrm{ctg}\,\alpha \cdot \frac{\mathrm{tg}(\beta+d\beta) - \mathrm{tg}\,\beta}{\mathrm{ctg}(\alpha+\delta\alpha) - \mathrm{ctg}\,\alpha}$$

Cauchy 1829 $\quad n^2 \sim ...$

130

Elektrony w przewodn[iku] ruchome

w izolat[orze] koło pozycji równowagi

Suma Σ zero.

$$m_1 \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial t^2} = e_1 X - \underbrace{\frac{4\pi e_1^2}{\vartheta_1}}_{\alpha} \xi_1 - \underbrace{r_1 e_1^2}_{\beta} \frac{\partial \xi_1}{\partial t} \qquad m_2 \frac{\partial^2 \xi_2}{\partial t^2} = e_2 X - \cdots$$

Pozycja równowagi : $X = \frac{4\pi e_1}{\vartheta_1} \xi_1$ $\quad$ Drgania własne : $b_1 = \tau_h^2 = \left(\frac{T_h}{2\pi}\right)^2$

$$u = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial X}{\partial t} + e_1 N_1 \frac{\partial \xi_1}{\partial t} + e_2 N_2 \frac{\partial \xi_2}{\partial t} + \cancel{\ldots} \qquad e_1 N_1 + e_2 N_2 = 0$$

Jeśli $X = \ldots\ldots \sin 2\pi \frac{t}{T}$

$$\xi_1 = A_1 \sin \ldots + \ldots \cos$$

$$= A_1 e^{i\frac{t}{\tau}} \qquad ; \quad \xi_2 = A_2 e^{i\frac{t}{\tau}}$$

$$e_1 \xi_1 \left(\frac{4\pi}{\vartheta_1} + r_1 \frac{i}{\tau} - \frac{m_1}{e_1^2 \tau^2} \right) = X$$

$$e_1 \xi_1 = \frac{1}{4\pi} X \frac{\vartheta_1}{1 + \frac{i}{\tau} a_1 - \frac{b_1}{\tau^2}} \qquad a_1 = \frac{r_1 \vartheta_1}{4\pi} \quad b_1 = \frac{m_1 \vartheta_1}{4\pi e_1^2}$$

$$u_1 = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial X}{\partial t} \underbrace{\left\{ 1 + \frac{\vartheta_1 N_1}{1 + \frac{i}{\tau} a_1 - \frac{b_1}{\tau^2}} + \frac{\vartheta_2 N_2}{\cdots} \right.}_{K = f(\tau)\,!}$$

$$K_\infty = \cancel{\ldots} \; 1 + \underbrace{\Sigma \vartheta N}$$

$$= n^2 (1 - i\kappa)^2$$

$$= (\nu + i\kappa)^2$$

Spółczynnik i Tam [illegible] dyspersja

W obszarze przezroczystym $a=0$

$$(K) = 1 + \sum \frac{\vartheta N}{1-\left(\frac{\tau_h}{\tau}\right)^2}$$

$$\frac{1}{1-\left(\frac{\tau_v}{\tau}\right)^2} = 1+\left(\frac{\tau_v}{\tau}\right)^2+\left(\frac{\tau_v}{\tau}\right)^4+\cdots$$

$$\frac{1}{1-\left(\frac{\tau_c}{\tau}\right)^2} = -\left(\frac{\tau}{\tau_c}\right)^2\left[1+\left(\frac{\tau}{\tau_c}\right)^2+\left(\frac{\tau}{\tau_c}\right)^4+\cdots\right]$$

$$n^2 = 1 + \sum N\vartheta_v + \frac{\sum N_v\vartheta_v T_v^2}{T^2} + \cdots$$

$$- T^2 \sum\frac{N_c\vartheta_c}{T_c^2} - T^4\sum\cdots$$

$$n^2 = -A'T^2 + A + \frac{B}{T^2} + \frac{C}{T^4}$$

$$A = 1 + \sum N_v\vartheta_v$$

$$K_\infty - A = \sum N_c\vartheta_c$$

W [illegible] [illegible] typu $n^2 = A + \frac{B}{T^2} + \frac{C}{T^4}$

Woda $\quad A' = 0{\cdot}0128 . 10^8 . c^2$

$K_\infty - A = 77$

$\lambda_r = 0{\cdot}08$ mm

Kwarc: $\quad n^2 = 1 + \sum\vartheta_h \quad \sum\cdots$

$$= \underbrace{\quad}_{} b^2 + \sum\frac{M_h}{\lambda^2-\lambda_h^2}$$

[illegible] $b^2 = 4{\cdot}58$

K [illegible] $= 4{\cdot}55 - 4{\cdot}73$

$n = 2{\cdot}20$

Flusspat $\nu^2 = 6.09$ $K = 6.7 - 6.9$

NaCl 5.18 $5.81 - 6.29$

KCl 4.55 4.94

$$(\nu + i\kappa)^2 = 1 + \frac{\Sigma\, \vartheta N}{i\, \frac{a}{\tau}}$$

$$\nu^2 + \kappa^2 = 1$$

$$2\nu\kappa = \Sigma \frac{\vartheta N}{a} \cdot \tau$$

Dla metali wzór, owszem, zupełnie; ϑ $a = 0$

$$n^2 = 1 + \Sigma \frac{N\vartheta}{1 - (\frac{\tau_1}{\tau})^2} - 4\pi \Sigma \frac{m' N}{r^2 + (\frac{m'}{\tau})^2}$$

I Natürlich aktive Körper:

$$m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = e \left[X + f' \left(\frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}\right)\right] - \frac{4\pi e^2}{\vartheta} \xi - r e^2 \frac{\partial \xi}{\partial t}$$

$$f = \Sigma \frac{\vartheta_1 f_1 N_1}{1 - (\frac{\tau_1}{\tau})^2} :$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[K X + f \left(\frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}\right)\right] = c^2 \Delta X \quad \text{etc.} \quad \Big\} \text{ Drehung d. Pol. Ebene}$$

Dyspersya obrotu..

$$\delta = \frac{k}{\lambda^2} f \qquad k = \text{const.}$$

Biot dokładnie $\delta = \frac{k_1}{\lambda^2} + \frac{k_2}{\lambda^4} + \dots$

---

anomale Rot. Disp. $\tau \lessgtr \tau_1$

II. Hall Effekt

$$m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = eX - \frac{4\pi e^2}{\vartheta}\xi - r e^2\frac{\partial\xi}{\partial t} + \frac{e}{c}\left[\frac{\partial\eta}{\partial t} N - \frac{\partial\zeta}{\partial t} M\right]$$

1). Daje obrót płaszcz. pola

2). dyspersję

3). Macaluso, Corbino: ogromne skręt. gdy blisko absorpcji

4). jedno pasmo absorp. rozpada się w $\frac{2}{3}$ u ... Zeeman

III

Metalle w polu magn. [illegible]

Molekularströme

1). obrót pł. pol. jednolity: w żelazie nasycony. dla światła czerwonego: $\lambda = 0{\cdot}64\,\mu$

1 cm grubości. $\delta = 200\,000°$

2). Kerr pł. pol. w pł. wpadania wytłumaczone!

dla światła żółtego:

	$n = cK$
Ag	0·18
Au	0·37
Pt	2·06
Cu	0·64
stal	2·41
Hg	1·73

Rubens & Hagen R

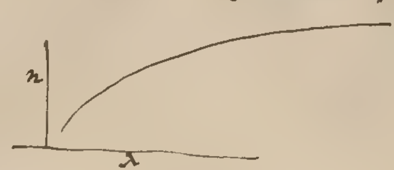
$\lambda =$	0·45	0·5	0·55	0·6	0·65	0·7
Au	36·8	47·3	73·7	83·6	88·2	92·3
Cu	48·8	53·3	55·5	83·5	89·0	90·7
Pt	55·8	58·4	61·1	64·2	66·3	70·4
Ag	90·6	91·8	92·5	93·0	93·6	94·6

uwzględniając spółcz. załamania $cK = c\sqrt{\dfrac{\varepsilon}{\sigma}} = \sqrt{\dfrac{\lambda c}{\sigma}}$

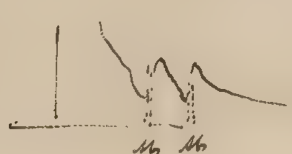
$\lambda = 10\mu$

$$\frac{10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{\cancel{\ }\cdot 10^{5}} = \sqrt{318} = 17$$

więc dyspersja byłaby: zwykła anormalna



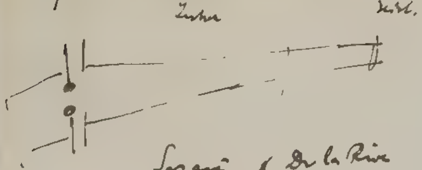
Anormalna dyspersja jodu, fuksyny, etc.



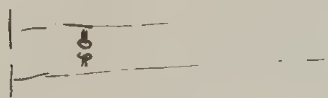
więc związek abs. silnej z dysp. anorm.

Własne drgania elektronów

pole vedlení drátové



Sarasin & De la Rive



multiple Resonanz

Opór Hagena [?]

$$\text{rtęć}\ 0^\circ \left\{ \begin{array}{l} 106{\cdot}0\ \text{cm} \\ 1\ \text{mm}^2 \end{array} \right. = 1\ \Omega = 10^9\ \text{em} = \frac{1}{9}\cdot 10^{-11}\ \text{est}$$

$$w = \frac{\varepsilon}{\nu}$$

0253059
0·9746971
94339

$$1\,\text{cm}^3 = \frac{1}{10^4 \cdot 1{\cdot}00}\,\Omega = 0{\cdot}94 \cdot 10^{-4}\,\Omega = \underline{0{\cdot}94 \cdot 10^5\ \text{em}} = 0{\cdot}1044 \cdot 10^{-15}$$

$$= 1{\cdot}044 \cdot 10^{-16}$$

$$\lambda_{Hg} = \cancel{\ } 1{\cdot}06 \cdot 10^{-5}\ \text{em}$$

$$= 0{\cdot}954 \cdot 10^{16}\ \text{est}$$

$$\tau_{10\mu} = \left(\frac{3 \cdot 10^{10}}{0{\cdot}001}\right) = \cancel{\ } \frac{1}{3} \cdot 10^{-13}$$

$$\lambda\tau_{Hg, 10\mu} = 0{\cdot}318 \cdot 10^3 = 318$$

Electrolity mniej więcej λ rzędu 10_{-5} Hg

$\lambda\tau_{1\mu} = 0{\cdot}00031$ i odnosi wpływu większe dyspersyjne etc. w nich nie może być wpływ.

$$\lambda\tau_{12\mu} = 318 \cdot 1{\cdot}2 \qquad \frac{1}{\sqrt{381}} =$$

318·1·2
636
381·6

2·58161
1·2908
0·7092 −2 = 0·0512

dla platyny $\lambda\tau_{12\mu} = 382 \cdot 6{\cdot}5$

2·58161
81 29
3·3945
0·6055 −4
0·3027 −2 = 0·0201

$$R = 1 - 0{\cdot}0402 = 0{\cdot}96$$

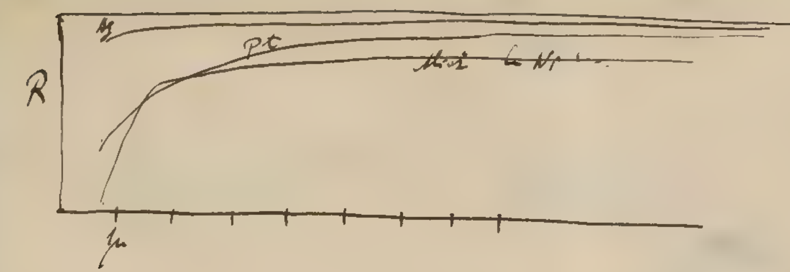
obserw. 0·965

$(100-R)\sqrt{\lambda}$

			Albo Tu
12μ	Ag	= 9·03	
	Cu	= 12·1	
	Au	= 13·8	
	Pt	= 10·6	
	Ni	= 12·0	
	Stal.	= 11·0	
		etc.	

100 − R

bud	bez
1·15	1·3
1·6	1·4
2·1	1·6
3·5	3·4
4·1	3·5
4·9	4·6



Druga metoda emisyjna.

Prawo Kirchhoffa

Ciała grzane przez prąd 170°

Flusspat-Reststrahlen $\lambda =$ ~~[illegible]~~ $25.5\,\mu$

	Exper.	ber.
Ag	1.15	1.13
Cu	1.27	1.17
Au	1.39	1.56
Zn	2.27	2.27
Pt	2.96	2.82
Sn	3.23	3.27
Hg	7.55	7.66
Bi	~~10.07~~	~~2.06~~

Tak samo obecnie

Pt w różnych temperaturach

	[illegible]	[illegible]
t = 170	6.8	6.6
300	14.8	15.7
900	78.9	79.6
1500	191	189.6

N. p. $R_s = E_s \frac{\cancel{\operatorname{tg}}(\varphi-\alpha)}{\cancel{\operatorname{tg}}(\varphi+\alpha)} = E_s \frac{\sin\vartheta\cos\alpha - \cos\vartheta\sin\alpha}{\ldots +}$

$$= \cancel{A+iB} = M e^{iN}$$

$a \sin\alpha t$ | $a e^{i\alpha t}$

$-a\sin\alpha t = a\sin(\alpha t+\pi)$

$(-1)^2 a \sin\alpha t = a\sin(\alpha t + 2\pi)$

. . . .

$(-1)^n a \sin\alpha t = a \sin(\alpha t + n\pi)$

$(-1)^{\frac{1}{2}} a \sin\alpha t = a\sin(\alpha t + \frac{\pi}{2})$

$i\, a\sin\alpha t = a\sin(\alpha t + \frac{\pi}{2}) = a\cos\alpha t$

$\cancel{(A+iB)} \underbrace{M e^{iN}} = M(\cos N + i\sin N)$

$$M e^{iN} \sin\alpha t = M(\cos N \sin\alpha t + \sin N \cos\alpha t) = M\sin(\alpha t + N)$$

więc mnożenie amplitudy formy Me^{iN} oznacza równoczesne dzielenie z amplitudą M i różnicą fazy N

Jeśli teraz wpada światło takie że $E_s = E_p$, to R_s i R_p będą różne co do ampl. i co do fazy: światło eliptycznie polaryzowane $(M+iN)$

Dla incydencji prostopadłej: $\frac{R}{E} = \frac{n-1}{n+1} = \frac{c(\nu - i\kappa) - 1}{c(\nu - i\kappa) + 1} = \frac{\cancel{M e^{iN}}}{E}$

$$\frac{c(\nu + i\kappa) - 1}{c(\nu + i\kappa) + 1} = \cancel{\frac{M e^{-iN}}{E}}$$

„Metallglanz"
w optycznej części widzialnej od barwy złota, miedzi, uzupełnienie do ...,
gdy tam $c\nu = c\kappa \gg 1$

$$\frac{M^2+N^2}{E^2} = \frac{(c\nu-1)^2 + c^2\kappa^2}{(c\nu+1)^2 + c^2\kappa^2} = \frac{(\sqrt{\lambda\tau}-1)^2 + \lambda\tau}{(\sqrt{\lambda\tau}+1)^2 + \lambda\tau} \neq 1 \neq 1 - \frac{2}{\sqrt{\lambda\tau}}$$

elektrostatyczne!

$$K \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \underbrace{4\pi\lambda}\frac{\partial \varphi}{\partial t} = c^2 \nabla^2 \varphi$$

$i\frac{1}{v} = \beta$

$$a\, e^{i\alpha\left(t - \frac{x}{v}\right)}$$

$$\Upsilon = a\, e^{\alpha(it - \beta x)} \qquad \beta = \kappa + i\nu$$

$$\Upsilon = a \sin \alpha\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

$$-\alpha^2 + \alpha i\, 4\pi\lambda = c^2 \beta^2 \alpha^2$$

$$= c^2\alpha^2(\kappa^2 - \nu^2 + 2i\kappa\nu)$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\tau}$$

$$c^2(\kappa^2 - \nu^2) = -1$$

$$c^2 \kappa\nu = \frac{2\pi\lambda}{\alpha} = \lambda\tau$$

K zachowa! $(\beta \delta \tau)$

Cot

$$\kappa^2 - \left(\frac{\lambda\tau}{c^2\kappa}\right)^2 = -\frac{1}{c^2}$$

$$\kappa^4 + \frac{\kappa^2}{c^2} = \frac{\lambda^2\tau^2}{c^4}$$

$$\kappa^2 = -\frac{1}{2c^2} \pm \sqrt{\frac{\lambda^2\tau^2}{c^4} + \frac{1}{4c^4}} = \frac{1}{2c^2}\left[-1 + \sqrt{1 + 4\lambda^2\tau^2}\right]$$

$$\nu^2 = \frac{1}{2c^2}\left[+1 + \sqrt{1 + 4\lambda^2\tau^2}\right]$$

Dla długich λ, tak że $\lambda\tau \gg 1$:

$$\kappa^2 = \nu^2 = \frac{\lambda\tau}{c^2}$$

$$\Upsilon = a\, e^{\alpha[i(t - \nu x) - \kappa x]} = a\, e^{-\alpha\kappa x}\, e^{\alpha i (t - \nu x)}$$

$$\Upsilon = e^{-\alpha\kappa x} \begin{Bmatrix}\sin\\ \cos\end{Bmatrix} \alpha(t - \nu x)$$

Można użyć dawniejszych wzorów R D = ...

zwłaszcza że $\sin\varphi = \frac{\sin i}{n} = \cancel{\dots}$

$$n = \frac{c}{v} = \frac{c}{i}\beta = c\,\frac{\kappa + i\nu}{i} = c\,(\nu - i\kappa)$$

otrzyma się amplitudy urojone!

Metalle Sci. Colleg. 1834 Cauchy

1815

$$\frac{K}{(c^2)}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 4\pi\lambda \frac{\partial\varphi}{\partial t} = \nabla^2\varphi$$

$\beta = \frac{1}{v}$

(K wyst. a m)

$$\varphi = a e^{i\alpha(t-\beta x)} \qquad \beta = \kappa + i\nu$$

$$-K\alpha^2 + 4\pi\lambda i\alpha = -\alpha^2\beta^2$$

$$= -\alpha^2(\kappa^2-\nu^2+2i\kappa\nu)$$

$$K = \kappa^2-\nu^2$$

$$\frac{4\pi\lambda}{\alpha} = -2\kappa\nu$$

$$= 2\lambda\tau$$

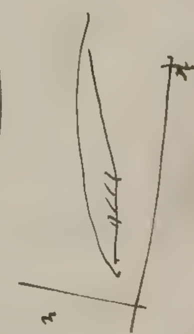
$$\kappa^2 - \left(\frac{\lambda\tau}{\kappa}\right)^2 = K$$

$$\kappa^4 - K\kappa^2 = \lambda^2\tau^2$$

$$\kappa^2 = \frac{K}{2} \pm \sqrt{\lambda^2\tau^2 + \frac{K^2}{4}}$$

$$\kappa^2 = \frac{K}{2}\left[1+\sqrt{1+\frac{4\lambda^2\tau^2}{K^2}}\right]$$

$$\nu^2 = \frac{K}{2}\left[-1+\sqrt{}\right]$$



Naturalnie $\kappa \pm$ $\nu \pm$

dla dużych τ: $\kappa^2 = \nu^2 = \lambda\tau$

$$\varphi = a e^{\alpha i[t-(\kappa+i\nu)x]} = a e^{i(\alpha t-\kappa x)} e^{-\nu\alpha x}$$

$$\varphi = e^{-\alpha\nu x} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} \alpha(t-\kappa x)$$

Rtęć: $\lambda = 1.06\cdot 10^{-5}$ $\qquad \tau_{10\mu} = \frac{0.001}{3\cdot 10^{10}} = \frac{1}{3}\cdot 10^{-13}$

$$\frac{\lambda\tau c^2}{K} = \frac{1}{3}\cdot\frac{10^{-18}\cdot 9\cdot 10^{20}}{K} = \frac{3.100}{K}$$

$$\sin\psi = \frac{\sin\varphi}{n} = \frac{\sin\varphi}{c(\kappa+i\nu)} =$$

urojony

współczynnik załamania: $n = \underline{c\kappa}$ zależny wtedy od τ dyspersja

$$n = c\beta = c(\kappa+i\nu)$$

oraz kiedy [illegible] błędy! anomalnie

przezroczyste listki Au 10^{-4} mm

Absorpcja $\alpha\nu = \frac{\sqrt{\tau}}{6}\,\frac{2\pi}{\tau} = \cancel{\frac{2\pi}{6} = 6\cdot 10^{5}}$

$$= \frac{10^{-9}}{\sqrt{3}}\cdot 6\cdot 3\cdot 10^{13} = 10^{5}$$

t.zn. że już na grubości $x = 1\mu = 10^{-4}$ natężenie spadnie na $\frac{1}{e^{10}}$

Pod kolmým $\perp$ $\qquad \dfrac{B}{A} = \dfrac{n-1}{n+1} = \dfrac{c(\kappa+i\nu)-1}{c(\kappa+i\nu)+1} = \dfrac{(c\kappa-1)+i\nu c}{(c\kappa+1)+i\nu c} = \dfrac{B_0 e^{i\delta}}{A}$

$$\frac{B_0^2}{A^2} = \frac{(c\kappa-1)^2+\nu^2c^2}{(c\kappa+1)^2+\nu^2c^2} \neq \frac{1-\frac{1}{c\kappa}}{1+\frac{1}{c\kappa}} = 1-\frac{2}{c\kappa} = 1-\frac{2}{c\sqrt{\lambda\tau}}$$

Příkl: $\tau_{10\mu}$: $\quad \sqrt{\lambda\tau c} = \sqrt{300}$

$$\frac{R^2}{E^2} = 1-\frac{2}{\sqrt{300}} = 1-\frac{2}{17} = 1-12\%$$

tím lépe [illegible] čím delší τ

Metallglanz

Nejlepší vodiče. Ag: $\quad \frac{1}{\delta} = 5\cdot 8.10^{-4}$ $\qquad 1-\dfrac{2}{3.10^{10}\sqrt{2.10^{-13}}} = 1-\dfrac{2}{3.\sqrt{20}.10}$

$\tau_{10\mu} = \dfrac{10^{-13}}{3}$ $\qquad = 1-\dfrac{2}{3.44} = 1-1{\cdot}4\,\%$

Odraz při [illegible]

$E_p = E_s$

$$\frac{R_p}{R_s} = -\frac{\cos(\varphi+\chi)}{\cos(\varphi-\chi)} = R_0 e^{i\Delta}$$

$$\sin\chi = \frac{\sin\varphi}{c(\kappa+i\nu)}$$

$$\frac{1+R_0e^{i\Delta}}{1-R_0e^{i\Delta}} = \frac{\sin\varphi\sin\chi}{\cos\varphi\cos\chi} = \frac{\sin\varphi\,\operatorname{tg}\varphi}{\sqrt{n^2-\sin^2\varphi}}$$

dle $\varphi=0$: $\quad \Delta=0$, $\rho=-1$

$\varphi=\frac{\pi}{2}$: $\quad \Delta=0$, $\rho=+1$ $\qquad e^{i\Delta}=i \;,\; \varphi=\frac{\pi}{2}$ / dle Hauptinfall [illegible]

$\cancel{e}$ $\alpha i\left(t-(k-i\nu)x\right)$. $e^{-\nu x}\cos\alpha(t-kx)$

$$\frac{\nu^2}{k^2}=\frac{\lambda\tau}{c^2} \qquad n=\frac{c}{v}=c(k-i\nu)$$

$$\frac{c(k-i\nu)-1}{c(k-i\nu)+1}=\frac{ck-1-c\nu i}{ck+1-c\nu i}=\frac{(c^2k^2-1)+c^2\nu^2-2c\nu i}{(ck+1)^2+c^2\nu^2}$$

$$\left[(ck-1)-c\nu i\right]\left[(ck+1)+c\nu i\right]$$

$$c^4k^4-2c^2k^2+1+c^4\nu^4+2c^2\nu^2(c^2k^2-1)+4c^2\nu^2$$

$$\frac{(c^2k^2-1)+c^2\nu^2}{c^2k^2+1+c^2\nu^2+2ck}$$

$$\frac{4c^4k^4+}{\cancel{2c^4k^4+c^4k^4}\left[2c^2k^2+2ck+1\right]^2}=\frac{\cancel{c^4k^4}}{}$$

$$=\frac{1}{\left(1+\frac{1}{ck}+\frac{1}{2c^2k^2}\right)^2}$$

$$=1-\frac{2}{ck}$$

$$=1-\frac{2}{\sqrt{\lambda\tau}}$$

$a\sin\varphi$

$-a\sin\varphi=a\sin(\varphi+\pi)$

$(-1)^k\sin\varphi=a\sin(\varphi+k\pi)$

$a\,i\sin\varphi=a\sin(\varphi+\frac{\pi}{2})=a\cos\varphi$

$(M+iN)\sin\varphi=M\sin\varphi+N\cos\varphi=A\sin(\varphi+\delta)$

$$M=A\cos\delta$$

$$N=A\sin\delta$$

$$\operatorname{tg}\delta=\frac{N}{M}$$

$$\vdots\quad\sqrt{M^2+N^2}\sin\left(\varphi+\operatorname{arctg}\frac{N}{M}\right)$$

$a^2\alpha^2\lambda = a^2 v \alpha$

$$E_n^2 = E_n'^2 + E_n''^2 \frac{\sin i \cos\beta}{\cos i \sin\beta}$$

$$E_n^2 - E_n'^2 = E_n''^2 \frac{\sin i \cos\beta}{\cos i \sin\beta}$$ Fresnel 1821

$$E_n + E_n' = E_n'' \frac{\sin i}{\sin\beta}$$

$$E_n - E_n' = E_n' \frac{\cos\beta}{\cos i}$$

$$\cancel{E = E_n'' \sqrt{\frac{\sin i \cos i + \sin\beta\cos\beta}{\sin\beta \cos i}}}$$

$$E_n^2 = E_n'^2 + \frac{\lambda'}{\lambda} \frac{\cos\beta}{\cos i} E_n''^2 \cdot \frac{d}{d'}$$

Nummer:

$$E_n^2 - E_n'^2 = \cancel{\ } \frac{\sin\beta \cos\beta}{\sin i \cos i} E_n''^2$$

$$E_p + E_p' = E_n'' \frac{\cos\beta}{\cos i}$$

$$E_p - E_p' = E_n'' \frac{\sin 2\beta \cos i}{\sin 2i \cos\beta} = E_n'' \frac{\sin i}{\sin\beta}$$

$$E_p + E_p' = (E_p - E_p') \frac{\cos\beta}{\cos i} \frac{\sin\beta}{\sin i} = \frac{\sin 2\beta}{\sin 2i}$$

$$E_p' = E_p \sin 2i$$

<u>Warstwy przejściowe z cieczy do pary cieczy!</u>

Grubość ich z teorii kinetycznej. Zmiana gęstości analogicznie do gęstości atmosfery ziemskiej $e^{-\alpha z}$. w związku z stałą włoskowatości?

Doświadczalny sposób mierzenia z współczynnika polaryzacji eliptycznej porówn. Ellipt. Polar. durch Oberflächenschichten Winkelm. p. 762 – 770

Jamin Ann chim phys (1850) 31 p. 165 dla rozmaitych cieczy ale w powietrzu, Rayleigh Phil Mag. 30 p 386 (1890), 33 p 1 (1892) dla wody.

Ham. Pr.

138

δ = Var. dla punktów o tem samem t

$$\int^{D} \int (L-U)\,dt \qquad \underbrace{L-U}_{H}$$

A C

$$\int_{CD} - \int_{AB} H\,dt = H_B\,\Delta t_1 + \int_{t_0}^{t_1} \delta H\,dt$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial \dot p}\right) = \frac{\partial H}{\partial p}$$

$$\underbrace{\sum\left(\frac{\partial H}{\partial p}\delta p + \frac{\partial H}{\partial \dot p}\delta \dot p\right)}_{= \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial \dot p}\delta p\right)}$$

$$\cancel{\Delta p_D} = \delta p_D + \dot p_D\,\Delta t_1$$

$$= H_B\,\Delta t_1 + \sum \frac{\partial H}{\partial \dot p}\delta p\Big|_A^D = H_B\,\Delta t_1 + \sum \cancel{\frac{\partial H}{\partial \dot p}\Delta p_B} - \sum \frac{\partial H}{\partial \dot p}\dot p_D\,\Delta t_1$$

$$\sum \dot p \frac{\partial H}{\partial \dot p} - H = C$$

$$\int \qquad \int_{CD} - \int_{AB} \sum\left(\dot p \frac{\partial H}{\partial \dot p}\right) dt = \underbrace{\underbrace{\int_{CD} - \int_{AB} C\,dt}_{C\,\Delta t_1} + \underbrace{\int_{CD} - \int_{AB} H\,dt}_{H_D\,\Delta t_1 - \sum \frac{\partial H}{\partial \dot p}\dot p_D\,\Delta t_1}}_{= \sum \frac{\partial H}{\partial \dot p}\dot p_D\,\Delta t_1}$$

(wg. $\Delta p_B = 0$)

$= 0$

więc w Ham. oraz wyjście i przyjście te same, zresztą δp i $\delta \dot p$ dowolne

w zas. ..... " " te same ale nie t_1

$\delta \dot p$ tak dobrane że zas. en. spełnione

$$\delta \int T\,dt = 0$$

N. p. punkt na powierzchni Ruch ...

$(c = \text{const})$

$$\delta \int \frac{mc^2}{2}\,dt = 0 = \frac{mc^2}{2}\,\delta \int dt = \frac{mc^2}{2}\,\frac{s_1 - s_2}{c} = \frac{mc}{2}\,\delta \int ds = 0$$

$$\int ds = \begin{matrix}\text{Minim.}\\ \text{Max.}\end{matrix}\Big\}$$ Krzywa geodetyczna — N. p. Kula

wetko ...... wyjście

$$10\frac{m}{sec} = 864000\frac{m}{d} = 864\frac{km}{d} = \frac{2\pi}{7d}$$

⊖ 1000 [illegible]

$$= (10^6)^4 \pi \cdot 10.$$

$$\frac{\frac{10^{27}\pi}{7}}{10^{30}\pi \cdot (6\cdot 3)^5 \cdot \frac{8}{15} \cdot 5\cdot 6} = 10^{-3} \cdot \frac{\cdot 15}{(6\cdot 3)^4 \cdot 6^2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 4} = 10^{-3} \cdot \frac{1}{\cancel{(40)^2}} \frac{1}{140}$$

1600

$$= \frac{1}{2}\,10^{-8}$$

Kot

ziine opóźnienie

zechowanie mięś [illegible]

Chandler 427 — 305 ; 4.5 m x ; [illegible]

$$K\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = R\alpha = \frac{K}{a}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$M\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = Mg\sin\varphi - R$$

$h = 5$ km $\quad v = 800$ km

$$q\rho\frac{\lambda}{2}\frac{d^2x}{dt^2} = -\rho g x q$$

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{\lambda}{2g}}$$

$$v = \frac{\lambda}{\tau} = \frac{1}{\pi}\sqrt{2\lambda g}$$

dla [illegible]

[illegible] $v = \sqrt{gh}$

[illegible] $\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$

milion lidí = 10^8 kg

$10\,000$ tun = 10^7 kg

$1\,km^2 = 10^{10}$ kg

$(2000\,km)^2 = 4 \cdot 10^{16}$ kg

$(1000\,km)^2$

$10\frac{m}{sec} \cdot 86400 = 10^6$

$$\frac{4 \cdot 10^{22}\,kg \cdot \frac{1}{10}}{10^{21}} : \frac{4}{3}\pi \cdot (6{\cdot}3)^3 \cdot 10^{21} \cdot 5{\cdot}6 \cdot 10^{12}$$

10^{-14}

$\lambda = 35\,m$ $\tau = 5\,sec$ $h = 2\,m$ fale morskie

I). $N = $ const. $= 8\pi\mu a^3 \omega_0$ w początku 0^0 $0{\cdot}000171$ zachowanie ruchu obrotowego

(mniej 10^{-17} sec)

$$\frac{d}{dt}\left(K_x \frac{d\varphi}{dt}\right) = M_x$$

$K_{x_1} \dot\varphi_1 - \cancel{K_{x_2}\dot\varphi_2} = \int M_x\,dt$

$K_y' \dot\varphi_2 = $ const $=$

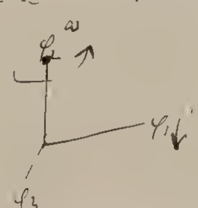
$K_z \dot\varphi_3 = 0$

... Ellipsoida

$\omega K_{\varphi_1} \sin\varphi = \int M_x\,dt$ $\qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{\dot\varphi_1}{\dot\varphi_2} = K \int x\,dt$

$\omega -$

$\sin\varphi = \frac{\int M_x\,dt}{K\omega}$



$\frac{1}{\sqrt{\rho}}$ $\qquad \rho^2 = A$

$x = a(1-e^{-\alpha t})$

$y = -ct + b(1-e^{-\alpha t})$

$t = -\frac{y}{c} + \frac{bx}{ac}$

$\frac{dx}{dt} = a\alpha e^{-\alpha t}$

$\frac{dy}{dt} = -c + b\alpha e^{-\alpha t}$

$\frac{d^2x}{dt^2} = -a\alpha^2 e^{-\alpha(-\frac{y}{c} + \frac{bx}{ac})}$

$\frac{d^2y}{dt^2} =$

$\frac{d^2x}{dt^2} = -a\alpha^2 e^{-\alpha t} = -\alpha \frac{dx}{dt}$

$\frac{d^2y}{dt^2} = -b\alpha^2 e^{-\alpha t} = -\alpha \frac{dy}{dt} - c\alpha$

Lebedew $\frac{\delta}{\nu} = 0{\cdot}05 - 0{\cdot}005$ dla Resonatorów kubicznych

Hartmann $0{\cdot}0007$ dla [illegible]

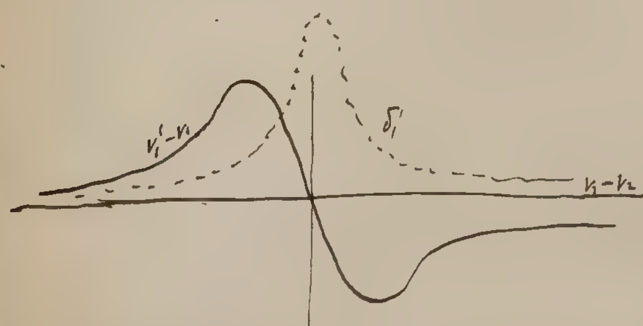
Jeżeli $\vartheta_1 \vartheta_2 \nu^2 < (\delta_1 - \delta_2)^2$

$R = c R'$ więc dwa drgania o jednakowych częstościach $\nu' = \nu\sqrt{1 - \frac{\vartheta_1\vartheta_2}{4}}$

ale różne usunięcia $\left.\begin{matrix}\delta_1' \\ \delta_2'\end{matrix}\right\} = \frac{\delta_1+\delta_2}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\delta_1-\delta_2)^2 - \vartheta_1\vartheta_2\nu^2}$

$\doteq \delta_1 - \frac{\vartheta_1\vartheta_2\nu^2}{4(\delta_1-\delta_2)}$

$\delta_2 + \frac{\vartheta_1\vartheta_2\nu^2}{4(\delta_1-\delta_2)}$



$k = \frac{\delta_1}{\delta_2} = 0$

takie ogólnie złożenie efektu współczynnika usunięcia do [illegible], ale oddala częstości [illegible] systemów

---

W.d. 512 n_1 =	[C1]	Rezon. $n_2 = < \frac{4}{5}$	Hilbertskie dane 1	podnoszenie $\nu_1' = n_1 + \ldots$
	a_0	$\frac{4}{5}$	80	0·011
	ais		60	0·017
	b_0		30	0·033
	4ρ6		20	0·071
	c_1		10	0
	528		48	−0·571
	ais_1		22	58
	d_1		45	30
	dis_1		70	17

$y_1 = a_1 \cos\varphi_1$

$y_2 = a_1\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2 \qquad x_2 = a_1\sin\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2$

$$L = \frac{m_1}{2} a_1^2\dot\varphi_1^2 + \frac{m_2}{2}\left\{\left[a_1\cos\varphi_1\,\dot\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2\,\dot\varphi_2\right]^2 + \left[a_1\sin\varphi_1\,\dot\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2\,\dot\varphi_2\right]^2\right\}$$

$$L = \frac{m_1}{2}a_1^2\dot\varphi_1^2 + \frac{m_2}{2}\left[a_1\dot\varphi_1 + a_2\dot\varphi_2\right]^2$$

$$U = -m_1 g \frac{a_1\varphi_1^2}{2} + m_2\frac{g}{2}\left[a_1\varphi_1^2 + a_2\varphi_2^2\right]$$

$$m_1 a_1^2\ddot\varphi_1 + m_2\left[a_1^2\ddot\varphi_1 + a_1a_2\ddot\varphi_2\right] = g\left[m_1a_1\varphi_1 + m_2(a_1\varphi_1 + a_2\varphi_2)\right] + \rho\left[m_1a_1\dot\varphi_1 + m_2a_2\dot\varphi_2 \dots\right]$$

$$\overset{m_2}{m_1}\, a_2\left[a_1\ddot\varphi_1 + a_2\ddot\varphi_2\right] = m_2 g a_2\varphi_2$$

$$\cancel{F = \alpha\frac{m_1}{2}a_1^2\dot\varphi_1^2}$$

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + 2\delta_1\frac{dx_1}{dt} + n_1^2x_1 + n_1^2\vartheta_1x_2 = 0$$

$$\frac{d^2x_2}{dt^2} + 2\delta_2\frac{dx_2}{dt} + n_2^2x_2 + n_2^2\vartheta_2x_1 = 0$$

$$\frac{d^4x}{dt^4} + 2(\delta_1+\delta_2)\frac{d^3x}{dt^3} + (n_1^2+n_2^2+4\delta_1\delta_2)\frac{d^2x}{dt^2} + 2(\delta_2n_1^2 + \delta_1n_2^2)\frac{dx}{dt} + n_1^2n_2^2(1-\vartheta_1\vartheta_2)x = 0$$

$x = e^{\mu t}$

pentru $n_1 = n_2$:

$$\mu^4 + 2(\delta_1+\delta_2)\mu^3 + 2(n^2+2\delta_1\delta_2)\mu^2 + 2n^2(\delta_1+\delta_2)\mu + n^4(1-\vartheta_1\vartheta_2) = 0$$

$$\mu = -\frac{\delta_1+\delta_2}{2} + \mu'$$

$$\left.\begin{matrix}\mu_1\\ \mu_2\end{matrix}\right\} -\frac{\delta_1+\delta_2}{2} \pm i(\varphi + R) \qquad \varphi = \sqrt{\nu^2 + \left(\frac{\delta_1-\delta_2}{2}\right)^2 - \frac{\vartheta_1\vartheta_2\nu^4 - \nu^2(\delta_1-\delta_2)^2}{4\nu^2 + (\delta_1-\delta_2)^2}} = \nu\sqrt{1-\frac{\vartheta_1\vartheta_2}{4}}$$

$$\left.\begin{matrix}\mu_3\\ \mu_4\end{matrix}\right\} -\frac{\delta_1+\delta_2}{2} \pm i(\varphi - R) \qquad R = \sqrt{\frac{\vartheta_1\vartheta_2\nu^4 - \nu^2(\delta_1-\delta_2)^2}{4\nu^2 + (\delta_1-\delta_2)^2}} = \sqrt{\frac{\vartheta_1\vartheta_2\nu^2 - (\delta_1-\delta_2)^2}{4}}$$

$$A' = -\frac{(n_1^2-n_2^2) + \sqrt{(n_1^2-n_2^2)^2 + 4n_1^2n_2^2\vartheta_1\vartheta_2}}{2n_1^2\vartheta_1}\,A$$

$$B' = \frac{-\sim - \sqrt{\quad}}{\cdots}\,B$$

α). Juist $n_1^2-n_2^2 \gg 4n_1^2n_2^2\vartheta_1\vartheta_2$

$$\alpha_1 = -\tfrac{1}{2}(n_1^2+n_2^2)\left\{1 \pm \left[1 - \frac{2n_1^2n_2^2(1-\vartheta_1\vartheta_2)}{(n_1^2+n_2^2)^2}\right]\right\}$$

$$\alpha_1 = n_1\left[1 + \frac{n_2^2\vartheta_1\vartheta_2}{2(n_1^2-n_2^2)}\right] \qquad \alpha_2 = n_2\left[1 - \frac{n_1^2\vartheta_1\vartheta_2}{2(n_1^2-n_2^2)}\right]$$

β). $n_1 = n_2$

$$\alpha_1 = n\sqrt{1+\underbrace{\sqrt{\vartheta_1\vartheta_2}}_{\vartheta}} \qquad \alpha_2 = n\sqrt{1-\underbrace{\sqrt{\vartheta_1\vartheta_2}}_{\vartheta}}$$

$$x_1 = A\sin(nt\sqrt{1+\vartheta}+\varphi) + B\sin(nt\sqrt{1-\vartheta}-\psi)$$

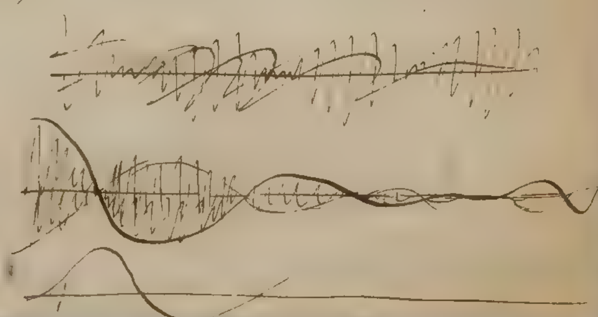
$$x_2 = A\sqrt{\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}}\sin(\quad) - B\sqrt{\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}}\sin(\quad)$$

Juist $A = B$ ϑ [illegible]

$$\alpha_1 = n\left(1+\frac{\vartheta}{2}\right) \qquad \alpha_2 = n\left(1-\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$x_1 = 2\cos\left(nt\frac{\vartheta}{2} + \frac{\varphi-\psi}{2}\right)\sin\left(nt + \frac{\varphi+\psi}{2}\right)$$

$$x_2 = -\sin \qquad \cos$$



Gdyby osobno każde drgało

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + 2\delta_1 \frac{dx_1}{dt} + n_1^2 x_1 = 0$$

$\rho\ \sigma\ \vartheta$ współczynniki powiązania [Koppelungscoeff]

$$\frac{d^2x_2}{dt^2} + 2\delta_2 \frac{dx_2}{dt} + n_2^2 x_2 = 0$$

Dwa razy różniczkując 6 równań z których wyrugować x_2 ~~$\dot{x}_2$~~ $\dot{x}_2$ $\ddot{x}_2$ $\dddot{x}_2$ $\ddddot{x}_2$

czyli powstanie linijowe równanie 4 rzędu

$$x = A_1 e^{\mu_1 t} + B e^{\mu_2 t} + C e^{\mu_3 t} + D e^{\mu_4 t}$$

$$\mu_{1,2} = -\delta_1' \pm i\nu_1' \qquad \mu_{3,4}$$

$$x_1 = A_1 e^{-\delta_1' t} \sin(\nu_1' t + \varphi_1) + B_1 e^{-\delta_2' t} \sin(\nu_2' t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 e^{-\delta_1' t} \sin(\nu_1' t\ \varphi_2) + B_2 e^{-\delta_2' t} \sin(\nu_2' t + \varphi_2)$$

ale z tych 8 stałych tylko 4 dowolne

II). Tylko związanie siły bez uśmierzenia

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + n_1^2 x_1 + n_1^2 \vartheta_1 x_2 = 0 \qquad x_1 = A e^{i\alpha t} \qquad x_1 = A \sin(\alpha t + \varphi) + B \sin(\alpha_2 t + \varphi)$$

$$\frac{d^2x_2}{dt^2} + n_2^2 x_2 + n_2^2 \vartheta_2 x_1 = 0 \qquad x_2 = A' e^{i\alpha t} \qquad x_2 =$$

$$A(n_1^2 - \alpha_1^2) + n_1^2 \vartheta_1 A' = 0$$

$$A'(n_2^2 - \alpha_1^2) + n_2^2 \vartheta_2 A = 0$$

$$\frac{(n_1^2 - \alpha^2)}{n_1^2 \vartheta_1} = \frac{n_2^2 \vartheta_2}{n_2^2 - \alpha^2}$$

$$\alpha^4 - \alpha^2 (n_1^2 + n_2^2) + n_1^2 n_2^2 (1 - \vartheta_1 \vartheta_2) = 0$$

$$\alpha^2 = -\tfrac{1}{2}(n_1^2 + n_2^2) \pm \sqrt{(n_1^2 + n_2^2)^2 - 4 n_1^2 n_2^2 (1 - \vartheta_1 \vartheta_2)}$$

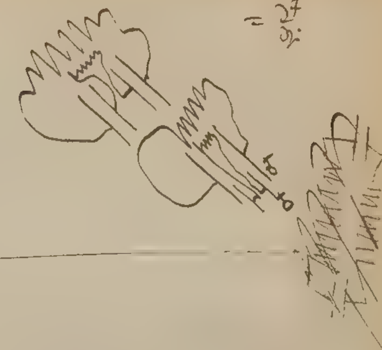
$$X\frac{\partial x}{\partial p_i}+Y\frac{\partial y}{\partial p_i}+\dots=\frac{\partial F}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial p_i}\dots$$
$$=\frac{\partial F}{\partial p_i}$$

Lagrange równania w razie sił dyssypacyjnych

$$=\sum_i X\frac{\partial x}{\partial p}+Y\frac{\partial y}{\partial p},$$

$$F=a_{11}\dot p_1^2+a_{22}\dot p_2^2+2a_{12}\dot p_1\dot p_2+$$

$$\frac{\partial F}{\partial \dot p_1}$$



---

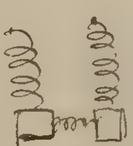
2 Stopnie swobody

= Powiązane drgania dwóch systemów o jednym stopniu swobody

n.p.

dwa wahadła na tem samem ramieniu

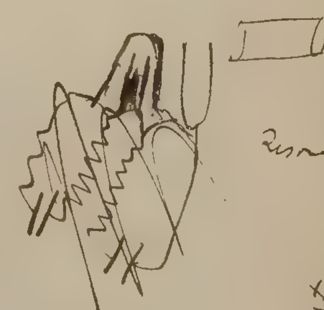
powiązanie b. słabe

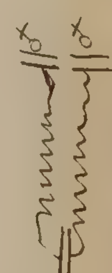


wahadło podwójne

powiązanie silne

Rezonator





~~Elekt~~ Drgania elektryczne (Tesla etc)

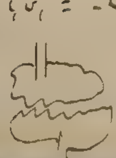
$$\frac{d^2x_1}{dt^2}+2\delta_1\frac{dx_1}{dt}+n_1^2x_1+\rho_1\frac{d^2x_2}{dt^2}+2\delta_1\sigma_1\frac{dx_2}{dt}+n_1^2\vartheta_1x_2=0$$

$$\frac{d^2x_2}{dt^2}+2\delta_2\frac{dx_2}{dt}+n_2^2x_2+\rho_2\frac{d^2x_1}{dt^2}+2\delta_1\sigma_1\frac{dx_1}{dt}+n_2^2\vartheta_2x_1=0$$

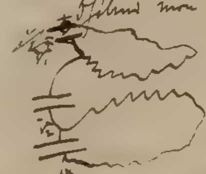
$$i_1 w_1=-L_1\frac{di_1}{dt}+M_{12}\frac{di_2}{dt}+e_1$$

$$i_1=-C\frac{dV_1}{dt}$$

$$e_1=V_1$$



Silnie musi też tak być



$i_1=$

$$y_k = \sum_{h=1}^{h=n} A_k \sin \frac{k\,h\pi}{n+1} \cos(n_h t - \varepsilon_h)$$

$x = ka$

$$y_x = \sum_{h=1}^{\infty} A_x \sin \frac{x\,h\pi}{l} \cos(n_h t$$

$(n+1)a = l \qquad a = \frac{l}{n+1}$

$n_h = \cancel{2 \sin \pi k} \quad 2$

$nm = \rho l \qquad m = \frac{\rho l}{n}$

$$= \frac{2}{l} \sqrt{n(n+1)\,\frac{S}{\rho}} \sin \frac{h\pi}{2(n+1)}$$

$a\,m = \frac{\rho l^2}{n(n+1)}$

$$n = \frac{h\pi}{l}\sqrt{S}$$

$$\tau = \frac{2l}{h}\sqrt{\frac{\rho}{S}}$$

$= f(q_1, q_2, \dots q_n)$

$$W = W_0 + \sum_{r=1}^{n} q_r \left(\frac{\partial W}{\partial q_r}\right)_0 + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{r=n} \sum_{s=1}^{s=n} q_r q_s \left(\frac{\partial^2 W}{\partial q_r \partial q_s}\right)_0 + \dots$$

$$= \frac{1}{2} \sum \sum c_{rs}\, q_r q_s$$

$$L = \frac{1}{2} \sum\sum a_{rs}\, q_r' q_s'$$

$q_1 = f_{11}\, \varphi_1 + f_{12}\, \varphi_2 + \dots \quad f_{1n}\, \varphi_n$

$q_2 = f_{21}\, \varphi_1 +$

$\vdots$

$q_n = f_{n1}\, \varphi_1 + f_{n2}\, \varphi_2 + \quad\quad f_{nn}\, \varphi_n$

$W = \frac{1}{2}(c_1 \varphi_1^2 + \dots \quad c_n \varphi_n^2) \qquad L = \frac{1}{2}(a_1 \varphi_1'^2 + \dots a_n \varphi_n'^2)$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \varphi'}\right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = - \frac{\partial W}{\partial \varphi}$$

$a\varphi'' = - c\varphi$

$\varphi_r = A_r \cos\left(\sqrt{\frac{c_r}{a_r}}\, t - \varepsilon_r\right)$ spółrzędne normalne

$q_1 = f_{11} \cos \dots + \quad \cos \dots \quad + \dots$

$q_2 = f_{21} \cos \dots$

$\vdots$

normalne drgania

$T + U = \frac{1}{2}(c_1 A_1^2 + \dots \quad\quad - c_n A_n^2)$

Ruchy (drgania) punktów pod działaniem sił przyrządu

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx + b\sin\beta t$$

$$x = a\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\,t + \frac{b}{k-m\beta^2}\sin\beta t \qquad \beta = \frac{2\pi}{T} \qquad \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx + \cancel{b\sin\beta t} - \gamma\frac{dx}{dt} + b\sin\beta t$$

$$x = a e^{-\varepsilon t} \ldots$$

$$x = a e^{-\frac{\gamma}{2m}t}\sin\left(t\sqrt{\frac{k}{m}-\frac{\gamma^2}{4m^2}}\right) + c\sin(\beta t+\xi) \quad \therefore \; b\sin\beta t = (kc - mc\beta^2)\sin(\beta t+\xi) + \gamma c\beta\cos(\beta t+\xi)$$

$$\therefore \begin{cases} b = (kc-mc\beta^2)\cos\xi - \gamma c\beta\sin\xi \\ 0 = (kc-mc\beta^2)\sin\xi + \gamma c\beta\cos\xi \end{cases}$$

$$c = \frac{b}{(k-m\beta^2)\cos\xi - \gamma\beta\sin\xi}$$

$$\operatorname{tg}\xi = \frac{-\gamma\beta}{k-m\beta^2}$$

$$= \frac{b}{\cos\xi}\,\frac{1}{k-m\beta^2-\gamma\beta\operatorname{tg}\xi} = \frac{b}{\cos\xi}\,\frac{k-m\beta^2}{(k-m\beta^2)^2-\gamma^2\beta^2}$$

$$= \frac{b\sqrt{(k-m\beta^2)^2+\gamma^2\beta^2}\,\cancel{(k-m\beta^2)}}{\cancel{k-m\beta^2}\,(k-- -\gamma\beta^2)}$$

$$\int\frac{dx}{\cancel{dt}}$$

$$\frac{d}{\cancel{dt}}T = -dU - \gamma\int\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 dt + dP$$

Webster p. 153

$$\frac{d(T+U)}{dt} = \frac{dP}{dt} - \underbrace{\gamma\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}_{\frac{d}{dt}\underbrace{\int\gamma\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 dt}_{F}}$$

$$\cancel{z = z_0 + x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y}} + \dots$$

$$z = \frac{x^2}{2\rho_1} + \frac{y^2}{2\rho_2}$$

$$U = mgz =$$

$$T = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \cancel{\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

$$\ddot{x} + \frac{g}{\rho_1}x = 0$$

$$\ddot{y} + \frac{g}{\rho_2}y = 0$$

$$2\pi\sqrt{\frac{\rho_1}{g}} \qquad 2\pi\sqrt{\frac{\rho_2}{g}}$$

$$\frac{d^2 y_k}{dt^2} = c^2 \left[y_{k+1} - 2y_k + y_{k-1} \right]$$

$$y_k = \sum L \cos(p\,t + \omega)$$

$$L_{k+1} - 2L_k + L_{k-1} = -\frac{p^2}{c^2} L_k \qquad L_k = A\,a^k$$

$$a - 2 + \frac{1}{a} = -\left(\frac{p}{c}\right)^2$$

$$\sqrt{\alpha} = \pm\sqrt{1 - \left(\frac{p}{2c}\right)^2} + i\,\frac{p}{2c} \qquad L_k = A\alpha^k + B\beta^k$$

$$\frac{p}{2c} = \sin\vartheta \quad \text{[illegible]}$$

$$\cos\vartheta \pm i \sin\vartheta$$

$q_i = \sum \cdots e^{i n_i t}$

Zaraz możliwa transformacja $q_k = \sum \alpha p$

$$T = \frac{1}{2}\left[\dot{p}_1^2 + \dot{p}_2^2 + \cdots \right]$$

$$U = \frac{1}{2}\left[\mu_1 p_1^2 + \mu_2 p_2^2 + \cdots \right]$$

$$\begin{vmatrix} \lambda-\mu_1 & 0 & 0 & \\ 0 & \lambda-\mu_2 & 0 & \\ 0 & 0 & \cdots & \\ & & & \lambda-\mu_n \end{vmatrix} = 0$$

więc $n_1, n_2 \ldots = \sqrt{\mu_1}\ \ \mu_2 \ldots$

$$p_k = A_k \cos\left(\sqrt{\mu_k}\, t + \theta_k\right)$$

zawsze można dostać rozwiązania każde z nich zostanie

więc gdzie jedynie p_k się zmienia

ogólne = $\sum$ Bernoulli superpozycja itd.

[Jeśli istnieje ~~...~~ pozycja równowagi
$\left[\frac{\partial U}{\partial q} = 0 \right.$

$T = m y_1'^2 + m y_2'^2 + \dots + m y_n'^2$

$U = -\frac{P}{2l}\left[y_1^2 + (y_2 - y_1)^2 + \dots (y_n - y_{n-1})^2 + y_n^2 \right]$

$T = f_0(\dot q_1 \, \dot q_2 \dots \; q_1 \, q_2 \quad) \neq f[\dot q_1 \, \dot q_2 \dots \; q_{10} \, q_{20} \dots]$

$U = U_0 + \underbrace{q_1 \left(\frac{\partial U}{\partial q_1}\right)_0 + \dots}_{=0} \quad \underbrace{\frac{q_1^2}{2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial q_1^2}\right)_0}_{>0}$ wtedy miejsce równowagi

$U + T = h$

w razie jeśli U definit to dla małego h : $T < h$

$\frac{\partial U}{\partial q_i} = a_1 \dot q_1 + a_2 \dot q_2 + \dots$

$$\begin{cases} a_{11} \ddot q_1 + a_{12} \ddot q_2 + \dots \quad + (b_{11} q_1 + b_{12} q_2 \dots) = 0 \\ a_{21} \ddot q_1 + a_{22} \ddot q_2 \quad \dots \quad + (b \dots) = 0 \\ \dots \end{cases}$$

$q_n = A_n e^{int}$

$\cancel{(a_{11} - n^2 b_{11})} \; (b_{11} + a_{11} n^2) A_n + \dots \quad - \quad = 0$

ma rozw. tylko jeśli

$$\begin{vmatrix} b_{11} - a_{11} n^2 & b_{12} - a_{12} n^2 & \dots \\ \vdots & & \\ \dots & & b_{nn} - a_{nn} n^2 \end{vmatrix} = 0$$

stosunki $\frac{A}{A}$ i n

$$\mathfrak{f}_k = m_k \frac{d^2 r_k}{dt^2}$$

$$\mathfrak{M} = \sum V r_k \mathfrak{f}_k = \sum m_k V r_k \frac{d^2 r_k}{dt^2} = \frac{d}{dt} \sum m_k \left[r_k \frac{dr_k}{dt}\right]$$

$$\left\{ \sum {}_xY - {}_yX = \ldots \right.$$

$$(\mathfrak{M}\, n) = 0$$

$$\frac{d}{dt} \cdot \left(\sum n\, m_k \left[r_k \frac{dr_k}{dt}\right]\right) = 0$$

$$\sum n\, m_k \left[r_k \frac{dr_k}{dt}\right] = \text{const}$$

Ruch planet dookoła Słońca: początkowe prędkości v_1 v_2

prędkość środka masy s $v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

$$v_1 = v + \frac{m_2}{m_1+m_2}(v_2 - v_1)$$

$$v_2 = v + \frac{m_1}{m_1+m_2}(v_1 - v_2)$$

Wtedy jeśli ... wyłączyć. Trzymy w środku masy to początkowe prędkości będą równoległe do siebie

przechodzącą płaszczyznę przez łączną punktów i przez ten kierunek

$[r\,\dot r] = \text{const}$ leżą równoległe do powierzchni!

$$\frac{d}{dt}[r\,\dot r] = [r\,\ddot r] = 0$$

$$\ddot r = \alpha \frac{\mathfrak{R}}{r^2}$$

$$dt(\dot r\,\ddot r) = \alpha\left(\frac{\mathfrak{R}}{r^2}\, dr\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\dot r^2}{2}\right) = d\left(\frac{\alpha}{r}\right)$$

$$\frac{2\mathfrak{R}\, d\mathfrak{R}}{r} - \frac{\alpha \mathfrak{R}^2}{r^2}\, dr$$

$$(\mathfrak{R}\, dr) = (\mathfrak{R}\, d(r\mathfrak{R}))$$

$$= \mathfrak{R}^2 dr + r\underbrace{(\mathfrak{R}\, d\mathfrak{R})}_{=0}$$

$$\frac{2\mathfrak{R}\, d\mathfrak{R} - \alpha \mathfrak{R}\,\mathfrak{R}\, dr}{r^2}$$

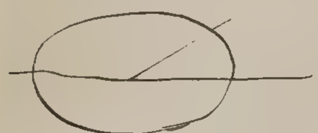
$$= dr +$$

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = -\alpha r \qquad r^2 \frac{d\varphi}{dt} = c$$

$$\dot\varphi = \frac{c}{r^2}$$

$$\ddot r - \frac{c^2}{r^3} = -\alpha r$$

$$\frac{1}{2}\dot r^2 = -\frac{c^2}{r^2} - \alpha \frac{r^2}{2}$$



$$\frac{r^2\cos^2\varphi}{a^2} + \frac{r^2\sin^2\varphi}{b^2} = 1$$

$$r^2 = \frac{1}{\frac{\cos^2\varphi}{a^2} + \frac{\sin^2\varphi}{b^2}}$$

$x = a\cos\alpha t$

$y = b\sin\alpha t$ $\qquad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$r = \sqrt{a^2\cos^2\alpha t + b^2\sin^2\alpha t}$

$r^2 = \varrho$

$2r\,dr = \varrho\,d\varrho$

$\frac{dr}{dt} = \frac{d\varrho}{dt}$

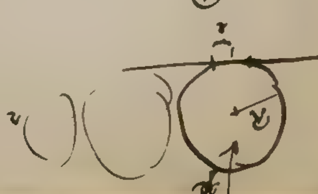
$x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt} = ab\alpha$

$\frac{dx}{dt} = -a\alpha\sin\alpha t$

$\frac{dy}{dt} = b\alpha\cos\alpha t$

$a^2\alpha^2\sin^2\alpha t + b^2\alpha^2\cos^2\alpha t$

$= \alpha^2 r^2$



$n = 1{,}1\sqrt[3]{\frac{PR}{E}}$

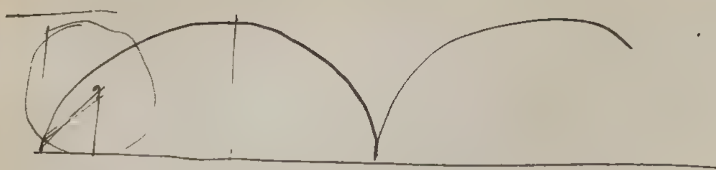
$k = \frac{P}{r}$

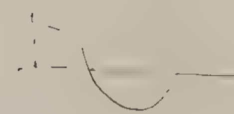
$n R^2 = \text{const} \rightarrow f = P R^2 \text{ const}$

$n = 1{,}1\sqrt[3]{\frac{R^3}{E}} \text{ const } P$

$\alpha R \;f \sim$

$n^2 \sim R^2 = \text{const!}$





$$y = a(1-\cos\varphi)$$
$$x = a(\varphi - \sin\varphi)$$

$$\cancel{\varphi = \pi - \varphi}$$
$$\psi = \varphi - \pi$$
$$\eta = 2a - y = a\cos\psi = -\cancel{a\cos\psi} = a(1-\cos\psi)$$
$$\xi = a\pi - x = -a(\pi - \varphi + \sin\varphi) = a(\psi + \sin\psi)$$

$$y = a(1-\cos\varphi) \qquad \dot y = a\sin\varphi\,\dot\varphi \qquad \ddot y = a\cos\varphi\,\dot\varphi^2 + a\sin\varphi\,\ddot\varphi$$
$$x = a(\varphi + \sin\varphi) \qquad \dot x = a(1+\cos\varphi)\dot\varphi \qquad \ddot x = a\left[\ddot\varphi(1+\cos\varphi) - \sin\varphi\,\dot\varphi^2\right]$$

$$(-m\ddot x)\,\delta x + (-mg - m\ddot y)\,\delta y = 0$$

$$\left[\ddot\varphi(1+\cos\varphi) - \sin\varphi\cdot\dot\varphi^2\right](1+\cos\varphi) + \left[\frac{g}{a} + \cos\varphi\,\dot\varphi^2 + \sin\varphi\,\ddot\varphi\right]\cancel{\sin\varphi} = 0$$

$$\ddot\varphi\left[(1+\cos\varphi)^2 + \sin^2\varphi\right] + \dot\varphi^2\left[\cancel{\cos\varphi\sin\varphi} - \sin\varphi - \cancel{\sin\varphi\cos\varphi}\right] + g\sin\varphi = 0$$

$$\ddot\varphi(2 + 2\cos\varphi) - \dot\varphi^2\sin\varphi + g\sin\varphi = 0$$

$$\cancel{\ddot\varphi\,4\cos^2\tfrac{\varphi}{2} - 2\dot\varphi^2\sin\tfrac{\varphi}{2}\cos\tfrac{\varphi}{2}}$$

albo bezpośrednio z zasady energii

$$a^2(2+2\cos\varphi)\frac{\dot\varphi^2}{2} = c - g\,a(1-\cos\varphi)$$

$$0 = c - ga(1-\cos\varphi_0)$$
$$c = 2ga\sin^2\tfrac{\varphi_0}{2}$$

$$2a^2\dot\varphi^2\cos^2\tfrac{\varphi}{2} = c - 2ga\sin^2\tfrac{\varphi}{2}$$

$$a\frac{d\varphi}{dt}\cos\tfrac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{c}{2} - ga\sin^2\tfrac{\varphi}{2}}$$

$$\sin\tfrac{\varphi}{2} = z$$

$$\frac{2a\,dz}{\sqrt{\frac{c}{2} - ga\,z^2}} = dt = \frac{2a\,dz}{\sqrt{ga}\sqrt{z_0^2 - z^2}} = \frac{2\sqrt a}{\sqrt g}\arcsin\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

$$z = z_0\sin\tfrac12\sqrt{\tfrac{g}{a}}\,t$$

$$T = 4\pi\sqrt{\frac{a}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\tfrac{\varphi}{2}$$
$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac12\frac{1}{\cos^2\frac{\varphi}{2}}\frac{d\varphi}{dx} = \frac12\frac{1}{\cos^2\frac{\varphi}{2}\,a}\frac{1}{1+\cos\varphi}$$
$$R_{\varphi=0} = 4a$$

$\cancel{\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2}{3}x^3 +}}$

$\ddot{x} = -\frac{1}{x^2}$

$\dot{x}^2 = +\frac{2}{x} + a^2$

$\cancel{\frac{1}{x} = z \qquad -\frac{1}{x^2}dx = dz \qquad dx = \frac{dz}{z^2}}$

$0 = \frac{2}{\ell^2} + a^2$

$\dot{x} = \sqrt{a^2 + \frac{2}{x}}$

$\frac{dx}{\sqrt{a^2 - \frac{2}{x}}} = dt = \frac{x\,dx}{\sqrt{a^2x^2 - 2x}} \qquad \sqrt{\left(ax - \frac{1}{a}\right)^2 -}$

$x = \frac{\sin^2\theta}{a^2} \qquad \int \sqrt{\frac{x}{a-x}}\, d$

$\cancel{x = at - a}$

$x = r\varphi - r\sin\varphi$

$y = r(1 - \cos\varphi)$

$x = a(\alpha t - r\sin\alpha t)$

$y = a(1 - \cos\alpha t)$

$$\mathcal{G} = m\frac{d^2 v}{dt^2}$$ Dodawanie geometryczne

$$\Sigma \mathcal{G} = m\frac{d^2}{dt^2}\Sigma v$$

Rozkładanie $m\frac{dv}{dt}$ $m\frac{v^2}{R}$ lub $m\frac{d^2x}{dt^2} = X$

$m\frac{d^2y}{dt^2} = Y$

$m\frac{d^2z}{dt^2} = Z$

Przykład. prostolinijny ruch

$x = a + bt$

$x = a + bt + ct^2$

$x = (ct + b)^{2/3}$

$\ddot{x} = f(x)$

$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k\frac{dx}{dt}$

$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$

~~Krzywolinijny~~ Np. ~~x = a ct~~

$x = a[ct - \sin ct]$

$y = a[1 - \cos ct]$

cykloida. $\dot{x} = a[c - c\cos ct]$

$\dot{y} = ac\sin ct$

$\ddot{x} = ac^2\sin ct$

$\ddot{y} = ac^2\cos ct$

$\sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} = ac^2 = \text{const.}$

kierunek $\tg = \ctg ct$

odejmując $-act$ $x = a\sin ct$ jednostajny po obwodzie koła

$-a$ $y = a\cos ct$

$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = 2ac^2(1 - \cos ct) = 4ac^2\sin^2\frac{ct}{2}$

$v = 2\sqrt{a}c\sin\frac{ct}{2}$

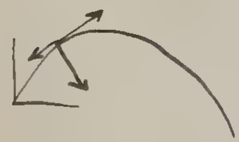
$\frac{dv}{dt} = 2\sqrt{a}c\cos\frac{ct}{2}$

z. T. radial

Abwurf

$c \sin\alpha = g \cdot t$

$$L = \frac{2c^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}$$



!

!

Schwankungen der Flugbahn!

$$\ddot{x} = \mu x$$

$$x = x_0 \cosh(t\sqrt{\mu}) + \frac{\dot{x}_0}{\sqrt{\mu}} \sinh(t\sqrt{\mu})$$

$$\ddot{x} = -\frac{\mu}{x^2} \qquad t=0 \quad x = 2a$$

$$\dot{x} = 0$$

$$t = \int_{2a}^{x} \frac{-dx}{\sqrt{\mu \frac{2a-x}{ax}}} \qquad x = 2a\cos^2\theta$$

$$= \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}}\left(2\theta + \sin 2\theta\right)$$

$$\cancel{\frac{\sin\theta\cos\theta}{d\theta}} =$$

$$k^2 \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \theta}{\partial \rho}$$

$$\theta = C_1 e^{-\alpha_1 t} f_1(\rho) + \cdots$$

$$-k^2 \alpha_1 = \frac{\partial^2 f_1}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \rho}$$

152

$u = \sqrt{2}\left[\sin\frac{\theta}{2}\left(1+\cos^2\frac{\theta}{2}\right) - \sin^2\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\right] \quad = \sin\frac{\theta}{2}\left(1+\cos\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}\right)\right)\cdot\sqrt{2}$

$v = \sqrt{2}\left[\sin^2\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} - \sin^3\frac{\theta}{2}\right] \quad = \sin^2\frac{\theta}{2} \cdot \left(\cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}\right)$

$\frac{v}{u}(31) = \dfrac{\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{1+\cos^2\frac{\theta}{2}}$?

$\left(\frac{v}{u}\right)(25) = \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}$

$g(\alpha) = \alpha f'(\alpha) - f(\alpha)$

$g(\alpha) = \int\left[\alpha f'(\alpha) - f(\alpha)\right]d\alpha = \alpha f(\alpha) - 2\int f(\alpha)\, d\alpha$

$\psi = \frac{1}{i}\left[\underbrace{\alpha f(\beta) - \beta f(\alpha) + \alpha f(\alpha) - \beta f(\beta)}_{(\alpha-\beta)\left[f(\beta)+f(\alpha)\right]} - 2\int f(\alpha) - f(\beta)\right]$

$\psi = 4y \; R f(\alpha) - 4 \; J\int f(\alpha)\, d\alpha$

$f = \sqrt{\alpha^2-1}$

$\int f(\alpha)\, d\alpha = \int\sqrt{\alpha^2-1}\; d\alpha = \alpha\sqrt{\alpha^2-1} - \int\frac{\alpha^2\, d\alpha}{\sqrt{\alpha^2-1}}$

$= \int\frac{\alpha^2\, d\alpha}{\sqrt{\;}} - \int\frac{d\alpha}{\sqrt{\alpha^2-1}}$

$f = \sqrt{\alpha} = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\theta}{2} + i\sin\frac{\theta}{2}\right)$

$\int f(\alpha)\, d\alpha = \frac{2}{3}\sqrt{\alpha^3}$

$\psi = 4y\sqrt{2}\cos\frac{\theta}{2} - \frac{8}{3}\, i\sqrt{2}\cos\frac{3\theta}{2}$

$\sin\theta\cos\frac{\theta}{2} - \frac{2}{3}\cos\frac{3\theta}{2} = \text{const}$

$- \frac{2}{3}\left(\cos^4\theta\cos\frac{\theta}{2} - \sin^2\theta\sin\frac{\theta}{2}\right) = \text{const}$

$\cos\alpha - \cos\alpha\sin^2\alpha$

$\sin\alpha\cos^2\alpha - \frac{2}{3}\left(\cancel{\quad} - 3\sin^2\alpha\cos\alpha\right) \cancel{\quad} =$

~~$\sin\alpha\cos\alpha + 2\sin^2\alpha - \frac{2}{3}\cos^2\alpha$~~

$$\frac{x^2}{A} + \frac{y^2}{B} + \frac{z^2}{C} = 1$$

$$\frac{\cos^2\varphi}{A} + \frac{\cos^2\psi}{B} + \frac{\cos^2\chi}{C} = \frac{1}{\rho^2} = K$$

$$K_\alpha = \frac{\cos^2\alpha A}{A} + \frac{\cos^2\alpha B}{B} + \frac{\cos^2\alpha C}{C}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{K}{gMa}}$$

$$K_0 = 2\frac{M}{2}b^2 = Mb^2$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M(b^2+a^2)}{gMa}}$$

$$\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g a = b^2 + a^2$$

$$a = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g \pm \sqrt{\left[\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g\right]^2 - b^2}$$

$T=1$

24·81

9912	·4972
5965	9944
3947	6021

$$\Sigma x \frac{\partial f}{\partial x} = \Sigma x \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial \varphi} + \ldots$$

---

1). 

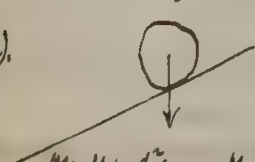
$$K\frac{d^2\varphi}{dt^2} = Sa$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = mg - S$$

$$K\frac{d^2\varphi}{dt^2} = m\left(g - \frac{d^2y}{dt^2}\right)a$$

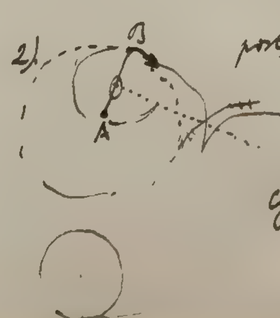
$$= m\left(g - a\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right)a$$

$$(K + ma^2)\frac{d^2\varphi}{dt^2} = mga$$

3). 

$$M\frac{d^2 s}{dt^2} = Mg\,\alpha\gamma - R$$

$$K\frac{d^2\varphi}{dt^2} = aR$$

2). 

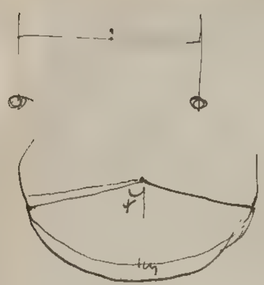
postęp $\frac{a}{2}\omega$ ‖ obrót ω

B: $\frac{a}{2}\omega + \frac{a}{2}\omega = a\omega$

A: $\frac{a}{2}\omega - \frac{a}{2}\omega = 0$

cykloida

Waga



$$L = K\frac{\dot\varphi^2}{2} + 2M\frac{\dot\varphi^2}{2} = (K+2Ml^2)\frac{\dot\varphi^2}{2}$$

$$U = mga\cos\varphi + l\Big[\underbrace{\cos(\psi+\varphi) + \cos(\psi-\varphi)}_{-2\cos\psi}\Big]Mg$$

$$2[\cos\psi\cos\varphi - \cos\psi]$$

$$= [mga + 2lMg\cos\psi]\cos\varphi$$

$$(K+2Ml^2)\ddot\varphi = -(ma + 2lM)\varphi g$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{K+2Ml^2}{ma+2Ml}\frac{1}{g}} \qquad K = m\frac{a^2}{3}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{\frac{ma^2}{3}+2Ml^2}{ma+2Ml}\frac{1}{g}} = \cancel{2\pi\sqrt{\frac{\frac{m}{3}+2M}{m+2M}}\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

dla małych ~~ma~~ obciążeń M : $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{3g}}$

dużych $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

czułość $\frac{\varphi}{p} = \frac{l}{ma} = e$

Ad balansowani

$\int M_0 a f\, dt = aMv = K_0 \frac{d\varphi}{dt}$ $\qquad v = \frac{K_0}{Ma}\frac{d\varphi}{dt}$

chodzi o to, by $v < a\frac{d\varphi}{dt}$ $\qquad \frac{K_0}{Ma} < a$

$Ma^2 > K_0$

Dla prętów $K = M\frac{a^2}{3}$

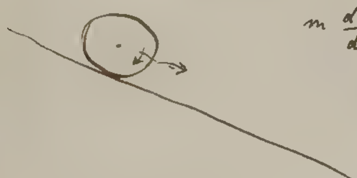
$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\alpha x + b\sin\beta t$

$x = a\sin\sqrt{\frac{\alpha}{m}}\,t + c\sin\beta t$

$-cm\beta^2 = -\alpha c + b$

$c = \frac{b}{\alpha - m\beta^2} = \frac{1}{m}\frac{b}{\frac{1}{\tau^2}-\frac{1}{\tau'^2}}$

$\cancel{m\frac{d^2x}{dt^2} = -\alpha x + b\sin\beta t - \gamma\frac{dx}{dt}}$



$m\frac{d^2s}{dt^2} = mg\sin\gamma - f$

$af = K\frac{d^2\varphi}{dt^2}$

$\left(ma + \frac{K}{a}\right)\frac{d^2\varphi}{dt^2} = mg\sin\gamma$

Jeżeli $f < mg\rho\cos\gamma$ bez ślizgania

$\frac{K}{a}\frac{mg\sin\gamma}{ma+\frac{K}{a}} < mg\rho\cos\gamma$

$\operatorname{tg}\gamma < \rho\left(1+\frac{ma^2}{K}\right)$

$1+\frac{5}{2} = \frac{7}{2}$

$\operatorname{tg}\gamma < \frac{7}{2}\rho$

$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\alpha x - \gamma\frac{dx}{dt} + b\sin\beta t$

$\cancel{x = a\sin(\varepsilon t+\delta)}$

$x = ae^{-\varepsilon t}$

$m\varepsilon^2 = -\alpha + \gamma\varepsilon$

$\varepsilon = \frac{\gamma}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2m}\right)^2 - \frac{\alpha}{m}}$

$x = ae^{-\frac{\gamma}{2m}t}\sin\left(t\sqrt{\frac{\alpha}{m}-\frac{\gamma^2}{4m^2}}\right) + c\sin(\beta t+\zeta)$

$b\sin\beta t = (-mc\beta^2+\alpha c)\sin(\beta t+\zeta) + \gamma c\beta\cos(\beta t+\zeta)$

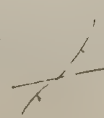
$(-m\beta^2+\alpha)\sin\zeta + \gamma c\beta\cos\zeta = 0$

$\operatorname{tg}\zeta = \frac{\gamma c\beta}{\alpha - m\beta^2}$

dodatnia czy ujemna różnica faz ζ

zależnie czy $\alpha \gtrless m\beta^2$

t.j. czy $\tau_0 \gtrless \tau_\beta$



$$\ddot{x}_1 = -g\left[\frac{x_1}{y_1} + \frac{m_2}{m_1}\,\frac{x_2 - x_1\frac{y_2}{y_1}}{y_2 - y_1}\right]$$

$$\ddot{x}_2 = -g\,\frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$$

$x_1 = a\varphi \qquad y_1 = a$

$x_2 = a\varphi + b\psi \qquad y_2 = a + b$

$$\frac{a\varphi + b\psi - \cancel{a}\varphi\frac{a+b}{\cancel{a}}}{b} = (\psi - \varphi)$$

$$\left.\begin{aligned} a\ddot{\varphi} &= -g\left[\varphi + \frac{m_2}{m_1}(\psi - \varphi)\right] \\ a\ddot{\varphi} + b\ddot{\psi} &= -g\,\psi \end{aligned}\right\}$$

$$b\ddot{\psi} = -g\left[\psi - \varphi + \frac{m_2}{m_1}(\psi - \varphi)\right] = -g(\psi - \varphi)\,\frac{m_1 + m_2}{m_1}$$

$\varphi = A_1 \sin\alpha t + B_1 \sin\beta t$

$\psi = B_2 \sin\beta t + A_2 \sin\alpha t$

$$-a(\alpha^2 A_1 + \cancel{\beta^2 B_2}) = -g A_1 + g\frac{m_2}{m_1}(A_2 - A_1)$$

$$-a\beta^2 B_1 = -g B_1 + g\frac{m_2}{m_1}(B_2 - B_1)$$

$$-\alpha^2 b A_2 = -g(A_2 - A_1)\,\frac{m_1 + m_2}{m_1}$$

$$-\beta^2 b B_2 = -g(B_2 - B_1)\,\frac{m_1 + m_2}{m_1}$$

$$\frac{a A_1}{b A_2} = \frac{A_1 + \frac{m_2}{m_1}(A_1 - A_2)}{(A_2 - A_1)\frac{m_1 + m_2}{m_1}} = \frac{(m_1 + m_2)A_1 - m_2 A_2}{(m_1 + m_2)(A_2 - A_1)}$$

$$\frac{a B_1}{b B_2} = \frac{B_1 + \frac{m_2}{m_1}(B_1 - B_2)}{(B_2 - B_1)\frac{m_1 + m_2}{m_1}} =$$

$\frac{A_1}{A_2} = x$

?

$\frac{a}{b}x = \frac{(m_1 + m_2)x - m_2}{(m_1 + m_2)(x - 1)} \qquad m_1 = m_2 \,\| \qquad \frac{a}{b}x = \frac{2x - 1}{2(x - 1)}$

Punkt po kole z tarciem (notatka podręczna)

$$m\frac{dv}{dt} = -mg\sin\varphi + R\mu$$

$$\cancel{m\frac{v^2}{a} = mg\cos\varphi}\quad R = mg\cos\varphi + \frac{mv^2}{a}$$

$$mv\frac{dv}{ds} = -mg\sin\varphi + \mu mg\cos\varphi + \mu\frac{mv^2}{a}$$

$$v^2 = z$$

$$\cancel{x}\,\frac{1}{a}\frac{dz}{d\varphi} = 2g(\mu\cos\varphi - \sin\varphi) + \frac{\mu}{a}z$$

$$\frac{dz}{d\varphi} = \underbrace{\mu z - 2ag[\varphi - \mu]}_{=u}$$

$$du = \mu\,dz - 2ag\,d\varphi$$

$$du + 2ag\,d\varphi = \mu u\,d\varphi$$

$$\frac{du}{d\varphi} = \mu u - 2ag$$

$$\lg(u\mu - 2ag) = \mu\varphi + \text{const}$$

$$u = \frac{2ag}{\mu} + Ae^{\mu\varphi} = \mu z - 2ag(\varphi - \mu)$$

$$z =$$

Równia pochyła z tarciem

$$s = g\frac{t^2}{2}(\sin\varphi - \mu\cos\varphi)$$

Parabola $y = \alpha x^2 \qquad \dot y = 2\alpha x \dot x$

$$(\dot y^2 + \dot x^2)\tfrac{1}{2} + g y = c = 2gh$$

$$\dot x^2 (4\alpha^2 x^2 + 1) + 2g\alpha x^2 = c$$

$$dx \sqrt{\frac{1+4\alpha^2 x^2}{c - 2g\alpha x^2}} = dt$$

$$dx \sqrt{\frac{1+4\alpha^2 x^2}{x_0^2 - x^2}} = \sqrt{2g\alpha}\, dt$$

$$1 + 4\alpha^2 x^2 = \cos 2\varphi$$

$$x = \sqrt{\frac{\cos 2\varphi - 1}{4\alpha^2}} = \sqrt{\frac{\sin^2\varphi}{2\alpha^2}} = \frac{\sin\varphi}{\alpha\sqrt 2}$$

$$dx = \frac{\cos\varphi\, d\varphi}{\alpha\sqrt 2}$$

$$\frac{\cos\varphi\, d\varphi}{\cancel{\alpha\sqrt2}} \sqrt{\frac{\cos 2\varphi}{\sin^2\varphi - \sin^2\varphi_0}} =$$

$$dz \sqrt{\frac{1+z^2}{z_0^2 - z_1^2}}$$

$$-\left(m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + m_2 \ddot x_2\right) +$$

$$m_1 \ddot x_1 \delta x_1 + m_2 \ddot x_2 \delta x_2 + m_1(\ddot y_1 + g)\delta y_1 + m_2(\ddot y_2 + g)\delta y_2 = 0$$

$$x_1^2 + y_1^2 = a^2 \qquad x_1 \delta x_1 + y_1 \delta y_1 = 0$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = b^2$$

$$(x_2 - x_1)(\delta x_2 - \delta x_1) + (y_2 - y_1)(\delta y_2 - \delta y_1) = 0$$

$$\delta y_2 = \delta y_1 + \frac{(x_1 - x_2)(\delta x_2 - \delta x_1)}{y_2 - y_1} = -\frac{x_1 \delta x_1}{y_1} + x_2 - x_1$$

$$m_1 \ddot x_1 + m_1(\ddot y_1 + g)\frac{x_1}{y_1} + m_2(\ddot y_2 + g)\frac{x_2 - x_1 \frac{y_2}{y_1}}{y_2 - y_1} = 0 \quad = \delta x_1 \cdot \left(\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} - \frac{x_1}{y_1}\right) + \delta x_2 \frac{x_1 - x_2}{y_2 - y_1}$$

$$m_2 \ddot x_2 + m_2(\ddot y_2 + g)\frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2} = 0 \qquad \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{y_1 (y_2 - y_1)}$$

Napięcie nitki!

$$g \sin\varphi = \frac{dv}{dt} \qquad v^2 = -2ga(\cos\varphi_0 - \cos\varphi)$$

$$S = g\cos\varphi + \frac{v^2}{a}$$

$$= g\cos\varphi - 2g(\cos\varphi_0 - \cos\varphi) = g\left[3\cos\varphi - 2\cos\varphi_0\right]$$

Nitka kauczukowa albo lepiej sprężyna ciągnąca siłą proporcjon. do r

$$m\ddot{y} = mg - \alpha r \frac{y}{r} = mg - \alpha y$$

$$m\ddot{x} = -\alpha r \frac{x}{r} = -\alpha x$$

$$\begin{cases} x = A \sin\left(\sqrt{\frac{\alpha}{m}}\, t + \varepsilon\right) \\ y = \frac{mg}{\alpha} + B \sin\left(\sqrt{\frac{\alpha}{m}}\, t + \delta\right) \end{cases}$$

---

nitka o normalnej długości a. Wtedy początek współrzędnych w końcu nitki w normalnej

$$m\ddot{y} = mg - \alpha \Delta r \frac{y}{r} = \cancel{mg - \alpha}$$

$$m\ddot{x} = -\alpha \Delta r \frac{x}{r}$$

$$m\ddot{\eta} = mg - \alpha\eta$$

$$m\ddot{x} = -\alpha \frac{x\eta}{a+\eta}$$

$$\eta = A \sin\sqrt{\frac{\alpha}{m}}\, t + \frac{mg}{\alpha}$$

$$\frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) = mg$$

$$m\ddot{x} = -\frac{\alpha A}{a}\, x \sin\sqrt{\frac{\alpha}{m}}\, t - \frac{mg}{a}$$

przybliżenie: $x = B\cos\left(t\sqrt{\frac{g}{a}} + \delta\right)$

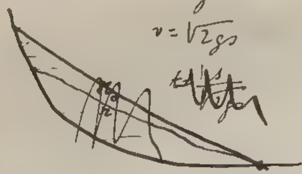
$$\cancel{x = B\sin\beta t \qquad -m\beta^2 B \sin\beta t = -\frac{\alpha A B}{a} \sin\beta t \sin\sqrt{\frac{\alpha}{m}}\, t - \frac{mg}{a}}$$

Przykład z kulą z ziemi trzeba uzupełnić całe siły nie pomocą na ziemię

[illegible]

Krzywa taka że czas ruchu po niej równa się czasowi ruchu po cięciwie

$s = \frac{1}{2}t^2$ $\quad v^2 = 2gs \quad v = \sqrt{2gs}$



$$t = \int \frac{ds}{v} = \int_{O}^{r_0} \frac{\sqrt{dr^2 + r^2 d\varphi^2}}{\sqrt{2g\,(r\sin\varphi)}} = 2\sqrt{\frac{r_0}{2g\sin\varphi}}$$

A

$$\sqrt{\frac{dr^2+r^2d\varphi^2}{r\sin\varphi}} = d\left(\sqrt{\frac{r}{\sin\varphi}}\right) = \frac{dr}{2}\sqrt{\frac{\sin\varphi}{r}} - \frac{d\varphi\cos\varphi}{2}\sqrt{\frac{r}{\sin\varphi}}$$

$$dr\sqrt{1+r^2\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2} = \sqrt{r\sin\varphi}\; d\left(\sqrt{r\sin\varphi}\right)$$

$$= \frac{d}{2}(r\sin\varphi) = \frac{1}{2}\left[dr\sin\varphi + r\cos\varphi\, d\varphi\right]$$

$$1+r^2\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 = \frac{1}{4}\left[\sin^2\varphi + 2r\sin\varphi\cos\varphi\frac{d\varphi}{dr} + r^2\cos^2\varphi\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2\right]$$

Routh I p. 118

Euler 1736

$$dr\sqrt{1+r^2\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2} = \sqrt{r\sin\varphi}\left[\frac{dr}{\sqrt{r\sin\varphi}} - d\varphi\cos\varphi\sqrt{\frac{r}{\sin^3\varphi}}\right]$$

$$= \left[dr - r\,d\varphi\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\right]$$

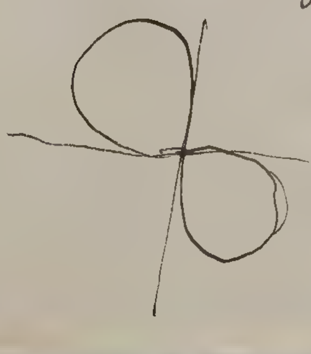
$$\cancel{1}+r^2\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 = \cancel{1} - 2r\frac{d\varphi}{dr}\operatorname{ctg}\varphi + r^2\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2\operatorname{ctg}^2\varphi$$

$$r\frac{d\varphi}{dr} = -2\frac{\operatorname{ctg}\varphi}{1-\operatorname{ctg}^2\varphi}$$

$$d\varphi\frac{1-\operatorname{ctg}^2\varphi}{\operatorname{ctg}\varphi} = -2\frac{dr}{r} = +d\varphi\cdot\frac{\sin^2\varphi-\cos^2\varphi}{\sin\varphi\cos\varphi} = -d\varphi\frac{\cos 2\varphi}{\sin 2\varphi}$$

$$\lg r^2 = \lg\sin 2\varphi$$

$$r^2 = A\sin 2\varphi$$



$$\frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) + \frac{\alpha}{(n-1)\,r^{n-1}} = c$$

$$\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 - \frac{2Mk}{\left(1+\frac{m}{M}\right)^2}\frac{1}{r} = \gamma$$

asi by po dvodi: kde:

$$m\frac{v^2}{r} = m\frac{Mk}{r^2}$$

$$v^2 = \frac{Mk}{r}$$

$$\cancel{v^2 = \frac{2Mk}{r}} \qquad v = \sqrt{\frac{Mk}{r}}$$

$$\cancel{m\frac{v^2}{r} = m M}$$

$$-\int \frac{\alpha}{r^n}\,dr = \cancel{\frac{\alpha}{(n-1)\,r^{n-1}}}$$

$$\frac{\alpha}{(n-1)\,r^{n-1}}$$

$$\gamma = 0$$

$$2\frac{Mk}{r} = v^2$$

$$g = \frac{Mk}{r^2}$$

$$v^2 = 2gr$$

$$v^2 = 2 \cdot 10^3 \cdot 6300 \cdot 10^5$$

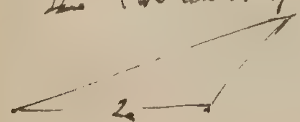
$$v = \sqrt{12{\cdot}6 \cdot 10^{11}} = 1{\cdot}1 \cdot 10^6 = 11\ \frac{km}{s}$$

$n=2$ $\quad u = A\cos(k\theta+\alpha)$

also $\cosh(k\theta+\alpha)$ $\quad k^2$ $\quad$ Cotes spiral

$n=-1$

The two centres of gravitation (Euler)



$$U = \frac{-\mu}{r_1} - \frac{\mu'}{r_2}$$

$x = c\cosh\xi\cos\eta \quad =$ $\qquad e^{2k\xi} + 2 + e^{-2k\eta}$

$\qquad -2$

$y = c\sinh\xi\sin\eta$

$$\left(\frac{x}{c\cos\eta}\right)^2 - \left(\frac{y}{c\sin\eta}\right)^2 = 1$$

$$T = \frac{M}{2}\left[\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 + R^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right] + \frac{m}{2}\left[\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right]$$

$MR = mr$

$M\frac{m^2}{M^2}\dot{r}^2 + m\dot{r}^2$

$$U = \frac{\alpha}{(R+r)^n}$$

$$T = \frac{m}{2}\left(1+\frac{m}{M}\right)\left[\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\right]$$

$r_2 \qquad r_1$

$$r_1 = \frac{M}{m+M}\, r \qquad r_2 = \frac{m\ \ r}{m+M}$$

$$U = \frac{\alpha}{r^n}\,\frac{1}{\left(1+\frac{m}{M}\right)^n}$$

$$T = \frac{m_1}{2}\left[\dot{r}_1^2 + r_1^2\dot{\varphi}^2\right] + \frac{m_2}{2}\left[\dot{r}_2^2 + r_2^2\dot{\varphi}^2\right]$$

$$= \left\{\frac{m M^2}{(m+M)^2} + \frac{m^2 M}{(m+M)^2}\right\}\frac{1}{2}\left[\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\right] = \frac{mM}{m+M}\,\frac{1}{2}\left[\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\right]$$

$$U = \frac{\alpha}{r^n}$$

więc ruch taki sam jak gdyby M nieruchoma, a ~~[illegible]~~ potencjalna energja

zwiększona w stosunku $\frac{m+M}{M}$

$$r^2\dot{\varphi} = h$$

$$\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 - \frac{\beta}{r^n} = \gamma$$

$$\dot{r}^2 + \frac{h^2}{r^2} - \frac{\beta}{r^n} = \gamma$$

$$\frac{dr}{\sqrt{\gamma - \frac{h^2}{r^2} + \frac{\beta}{r^n}}} = dt$$

$$\frac{+du}{u^2\sqrt{\gamma - h^2u^2 + \beta u^n}} = -dt$$

$\beta =$

$\gamma =$

$\frac{1}{r} = u$

$-\frac{1}{r^2}\dot{r} = \dot{u}$

$\dot{r} = -\frac{\dot{u}}{u^2}$

$$\frac{du}{\sqrt{\gamma - h^2u^2 + \beta u^n}} = -\frac{d\varphi}{h}$$

~~$n = 0 + 2 \cdot 1$~~

$$\frac{du}{\sqrt{\gamma + \beta u - h^2u^2}}$$

$$\frac{du}{\sqrt{\gamma + \frac{\beta^2}{4h^2} - \left(\frac{\beta}{2h} + uh\right)^2}} = -\frac{d\varphi}{h}$$

158

$$x^4\ \frac{15}{16}\left[1-\frac{15}{2}+\frac{35}{64}\cdots-\frac{42}{64}\right]$$

$$+\frac{35}{4}-\frac{42}{4}$$

$$\frac{6}{16}(x^4+y^4+z^4+2x^2y^2+2x^2z^2+2y^2z^2)$$

$$-5(x^4+y^4z^2+3\ldots\quad)\qquad=$$

64, −480, +35, −42, 64

$4-30$, $\frac{35-42}{64}$, $\frac{39}{-72}$, $-\frac{33}{64}$

$$\alpha\Big\{1-\frac{3x^2+y^2+z^2}{2}+\frac{24}{64}\left(5x^4+y^4+z^4+6x^2(y^2+z^2)+2y^2z^2\right)+\cancel{2x^2+y^2z^2}$$

$$-\frac{20}{64}\left(10x^4+15x^2(y^2+z^2)+3(y^4+z^4)+6y^2z^2\right)$$

$$+\frac{35}{64}\left(2x^4+6x^2(y^2+z^2)+y^4+z^4\right)\Big\}$$

$$y^2z^2\left[\frac{3}{8}-\frac{15}{8}+\frac{3\cdot 35}{32}\right]$$

$$\frac{-48+105}{32}=\frac{57}{32}$$

$$(y^2+z^2)x^2\left[\frac{9}{8}-\frac{15\cdot 17}{32}+\frac{35\cdot 6}{16}-\frac{35\cdot 27}{32}\right]$$

36, +420, 456, −1200, 744; 170, 85, 255; 700, 245, 945, 255, ~~1200~~; $\frac{744}{32}$ =

$$=\Big\{1-x^2\underbrace{\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{4}\right)}_{\frac{3}{4}}-(y^2+z^2)\underbrace{\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{8}\right)}_{\frac{1}{8}}$$

$$\frac{\cancel{x^4}}{64}\quad\begin{matrix}120\\-200\\+70\end{matrix}\ x^4\quad+(y^4+z^4)\begin{pmatrix}24\\-60\\+35\end{pmatrix}\quad+x^2(y^2+z^2)\begin{vmatrix}354\\-300\\\cancel{+210}\end{vmatrix}\quad y^2z^2\ \begin{matrix}48\\(-120\end{matrix}$$

$$-10x^4\quad-(y^4+z^4)\qquad+54x^2(y^2+z^2)\qquad-72y^2z^2$$

$$y^2z^2\Big(\ \frac{3}{4}y^2z^2-\frac{15}{16}2y^2z^2\Big)$$

$$\frac{12-30}{16}y^2z^2=-\frac{18}{16}$$

$$4\alpha^2\Big|\frac{1}{4}-\frac{3x^2+y^2+z^2}{4}+\frac{9}{4}x^2+\frac{9}{16}(y^2+z^2)\qquad+\frac{9}{16}\left[5x^4+y^4+z^4+6x^2(y^2+z^2)+2y^2z^2\right]$$

$$-\frac{15}{32}\left[2x^2+y^2+z^2\right]\qquad-\frac{15}{32}\left[15x^4+2(y^4+z^4)+17x^2(y^2+z^2)+4y^2z^2\right]$$

$$-\frac{1}{4}+\frac{9}{16}-\frac{15}{32}=\frac{-8+18-15}{32}-\frac{5}{32}\qquad\frac{35}{128}\left[30x^4+7(y^4+z^4)+48x^2(\ldots)+12\ldots\right]$$

$$-\frac{35\cdot 9}{4\cdot 64}\left[2x^4+y^4+z^4+6x^2(\ldots)\qquad\right]$$

$$\frac{24x^2}{16}-\frac{15}{16}x^2$$

$$\frac{9x^2}{16}$$

$-\frac{9}{8} - \frac{21}{8} + \frac{75}{32}$

$\frac{3}{8} + \frac{3}{4} = \frac{9}{8}$

$\frac{15}{16} + \frac{5.15}{16} + \frac{15}{32} + \frac{15}{8} + \cancel{\;}$

$= \frac{15}{32}\left[2 + 10 + 1 + 4\right]$

$\frac{15.\,\cancel{\;}\;\cancel{\;}}{32}$

$\frac{5.7}{64}\left[6 + 3 + \frac{6}{2} + 12\right]$

24

$-\frac{15}{8}x^4 \qquad -\frac{3}{8}(y^2+z^2)$

$+\frac{30}{16} \qquad +\frac{9}{16}$

$-\frac{10}{64} \qquad -\frac{5}{64}$

$\frac{5}{8}\left[-3+3\right]$

-29
$+36$
$+7$

$-\frac{10}{16}\left(2x^4 + 6x^2(y^2+z^2) + y^4+z^4\right)$

$-\frac{18}{8} + \frac{3.15}{16} + \cancel{\;} - \frac{6.15}{64} \quad x^2(y^2+z^2)$

-144
-90
-234
$+180$
-54
64

-144
-30
174
$+180$
6

$4\alpha^2\Big\{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}(3x^2+y^2+z^2) - \frac{3}{16}\left[12x^2+3(y^2+z^2)\right] - \frac{3}{16}\left[5x^4+y^4+z^4+6x^2(y^2+z^2)+2y^2z^2\right]$

$+\frac{9}{32}(2x^2+y^2+z^2) \qquad +\frac{9}{32}\left[15x^4+2(y^4+z^4)+15x^2(y^2+z^2)+4y^2z^2\right]$

$-\frac{15}{128}\left[30x^4+7(\quad)+48x^2(y^2+z^2)+12y^2z^2\right]$

$+\frac{7.15}{256}\left[2x^4 + (y^2+z^2) + 6x^2(\ldots) \qquad\right]$

$\frac{9}{32}(8+2-8) \qquad \frac{24+9-18}{32} = \frac{15}{32}$

$\frac{9}{4} + 3 = \frac{21}{4}$

$\frac{21}{4} - 9 = -\frac{45}{4}$

12
$+12$
-24

$-\frac{15}{4}x^4 - \frac{3}{8}(y^4 z^4) + \frac{27}{4}x^2(y^2 z^2) - 12 y^2 z^2$

15
-9

$\frac{9}{2} + \frac{3}{2} =$

$6x^2 + 3(y^2 z^2)$

$-\frac{3}{16} - \frac{3}{16}$

$-\frac{27}{8} + \frac{3 \cdot 27}{8} = \frac{27}{4}$

$+\frac{3}{2} - \frac{3 \cdot 9}{2} = -12$

$-\frac{21}{8} + \frac{3 \cdot 57}{8}$

$\frac{9}{2} + \frac{3 \cdot 9}{4} = \frac{9}{2}\frac{5}{2} = \frac{45}{4}$

$-\frac{9}{32} - 63 = -\frac{72}{32}$ $\quad \frac{9}{4}$

171
21
$\frac{150}{8}$

75
$-3.45 \mid 135$
$-\frac{60}{32}$

$-\frac{9}{64} - \frac{51}{64}$

$\frac{3}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{2}$

$\frac{15}{4} + 3$

$$\frac{6\alpha^2}{4}\left\{\frac{1}{2}(x^2+y^2) + \frac{\xi^2}{4} + \frac{x^4+y^4+6x^2y^2}{16} + 2(x^2-y^2)\left(\frac{\xi}{2} - \frac{(x-y)^2}{4}\right) + \frac{x^4+y^4-2x^2y^2}{4} - (x^4+3x^2y^2)\right\}$$

$$\frac{3}{4}\alpha^2\left\{2x^2+y^2+z^2+\xi^2\right.$$

$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3)(x+y)$

$$\frac{8\tfrac{1}{4} + \quad 4 + 04}{4}$$

$\frac{1}{4}[10 + 1 \quad -54 \quad +72] +$

$\frac{3}{4}[10 + 1 + 18 - 8]$

$-10x^4 + 18 xy$

$12\xi^2$

$$\frac{\left[\frac{9}{2} \quad -\frac{15}{16} \quad -\frac{13}{32} \quad \frac{15}{72} \quad \frac{5}{4} + \frac{27}{4}\right] 4 -}{\frac{9}{4} \quad -\frac{5}{8} \quad -\frac{45}{32} \quad -\frac{27}{64} \quad -\frac{21}{32} + \frac{57}{8}}$$

$\frac{9}{2} \quad \frac{15}{8} \quad \frac{75}{32} \quad -\frac{9}{64} \quad -\frac{9}{32} \quad -\frac{21}{8}$

Rambles in Scotland

$$r-1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}\left[x-y+\alpha x\right] + \frac{\varepsilon}{2} - \cancel{\ldots}$$

$$-\frac{1}{4}\left[x(1+\alpha)-y\right]^2$$

$$6\ \frac{1}{2}(x-y)^2\frac{\alpha^2}{4}$$

$$3(2x^2+y^2+2^2)$$

$$+\frac{\alpha}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}\alpha\left[x-y\cancel{+\ldots}\right] + \frac{\alpha^2}{8}$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2}(x-y) + \frac{\varepsilon}{2} - \frac{x^2-2xy+y^2}{4}$$

$$+\alpha\left\{\cancel{\ldots}x - \frac{2x^2-2xy}{4} + \cancel{\ldots} + \frac{1}{2}\right\} + \frac{\alpha^2}{8}$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{4}(x+y)$$

$$(r-1)^4 =$$

$$\int_0^\infty r^2 e^{-(r^2+\alpha r^4)}\cdot 4\pi r^2\,dr = \frac{4\pi^{3/2}}{2}\left[\frac{3}{4} - \frac{3.5.7}{16}\alpha\right] = \frac{3}{2}\pi^{3/2}\left[1-\frac{5.7}{4}\alpha\right]$$

$$-\frac{21}{8} - \frac{7}{2} - \frac{21}{4} - \frac{7}{4} = \frac{21+42+14+28}{8} = \frac{105}{8} = \frac{5.7.3}{8}$$

$$\frac{3}{2} - \frac{3.5.7}{8} = \frac{3}{2}\left[1-\frac{5.7}{4}\right]$$

$$\frac{3}{4}+\frac{3}{2}+1+\frac{1}{2} = \frac{15}{4}$$

$$2\pi^{3/2}\ \frac{35}{8}$$

$$\frac{3}{2}\left[1-\frac{5.7}{4}+\frac{5}{2}\right]$$

$$\begin{array}{r} -35 \\ +10 \\ \hline -25 \end{array}$$

$$1\ \frac{-25}{4}$$

$$\frac{3x^2}{8}\left[\frac{(1+2x^2)}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}\,x}{\sqrt{6}} + 2\sqrt{6}\right]$$

$$(1+2x^2)\left[1 - \frac{x}{2} + \frac{3}{4}\left[(x^2+y^2) + \ldots\right] - \ldots\ldots - 2x^2 + x + x - \tfrac{1}{2}(x^2+y^2)\right]$$

$$1 - \cancel{1} + \cancel{\tfrac{3}{4}(x^2+y^2)} + \cancel{2x^2} - \cancel{2x^2} + 2 + \frac{\xi}{2} - \cancel{\frac{x^2+y^2}{2}}$$

$$3 + \frac{x^2+y^2}{4} + \frac{\xi}{2}$$

$$6 + \xi + \frac{2x^2+y^2+z^2}{4} = \left[6 + \frac{6x^2+5(y^2+z^2)}{4}\right]\frac{3\alpha^2}{2}$$

$$= 9 + \frac{9x^2}{4} + \frac{15(y^2+z^2)}{8}$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{2\rho_1}\left\{1 - 3\frac{\alpha_1}{\rho_1^2} - \frac{\alpha_3}{\rho_1\rho_2}\right\}$$

$$\overline{y^2+z^2} = \frac{1}{\rho_2}\left\{1 - 3\frac{\alpha_2}{\rho_2^2} - \frac{\alpha_3}{2\rho_1\rho_2} - \frac{\alpha_4}{2\rho_2^2}\right\}$$

$$\overline{F_2} = \left[\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\frac{\alpha_1}{\rho_1^2} - 3\frac{\alpha_2}{\rho_2^2} - \frac{\alpha_3}{\rho_1\rho_2} - \frac{\alpha_4}{2\rho_2^2}\right]$$

$$\overline{F_3} = \frac{3}{4}\frac{\alpha_1}{\rho_1^2} + \frac{3}{2}\frac{\alpha_2}{\rho_2^2} + \frac{\alpha_3}{2\rho_1\rho_2} + \frac{\alpha_4}{4\rho_2^2}$$

24 8

-18 $-\frac{15}{2}$

-9 $+\frac{5}{2}$

-3 $+3$

$$(r-1)^4 = \left[-\frac{\sqrt2}{2}(x-y) + \cancel{\frac{\xi}{2}} - \cancel{\frac{x^2-2xy+y^2}{4}}\right]^4 + 4\alpha\left\{\frac12\left[-\frac{\sqrt2}{2}(x-y)+\frac{\xi}{2}-\frac{(x-y)^2}{4}\right]^3 + \frac{\sqrt2}{4}\frac{(x+y)}{2\sqrt2}(x-y)^3\right\}$$

$$+6\alpha^2\left\{\left[-\frac{\sqrt2}{2}(x-y)+\frac{\xi}{2}-\frac{(x-y)^2}{4}\right]^2\left[\frac12-\frac{\sqrt2}{4}(x+y)-\frac{x^2-xy}{2}\right]^2\right\}$$

$$-\frac{\xi}{4}+\frac{x(x-y)^2}{8}$$

$$+\frac{\alpha^2}{2}\left[-\frac{\sqrt2}{2}(x-y)+\frac{\xi}{2}-\frac{x^2-2xy+y^2}{4}\right]^3$$

$$=\frac14(x^4+y^4+6x^2y^2)$$

$$+4\alpha\left\{\frac12\,\frac32(x-y)^2\left[\frac{\xi}{2}-\frac{(x-y)^2}{4}\right]+\frac{(x^2-y^2)(x-y)^2}{8}\right\}$$

$$+\frac{6\alpha^2}{4}\left\{\left[-\frac{\sqrt2}{2}(x-y)+\frac{\xi}{2}-\frac{(x-y)^2}{4}\right]^2 - \frac{\sqrt2}{4}(x+y)\left[\frac{(x-y)^2}{2}-\sqrt2(x-y)\left(\frac{\xi}{2}-\frac{(x-y)^2}{4}\right)\right] + \frac{(x-y)^2}{4}\left[\frac14(x+y)^2-\frac{x^2-xy}{[illegible]}\right]\right\}$$

$$+4\frac{(x-y)^2}{2}\left[-\frac{\xi}{4}+\frac{3(x-y)^2}{8}\right]^2$$

$$+\frac{\alpha^2}{2}\left\{\frac32(x-y)^2\left[\frac{\xi}{2}-\frac{x^2-2xy+y^2}{4}\right]\right.$$

$$+\frac{3\alpha^2}{8}\left[\xi(2x^2+y^2+z^2)-\frac{2x^4+y^4+z^4+6x^2(y^2+z^2)}{2}\right]$$

$$\frac{4\alpha}{8}\left\{3\left[(x-y)^2\xi-\frac{(x-y)^4}{2}\right]+(x^2-y^2)(x-y)^2\right\} = \frac{4\alpha(x-y)^2}{8}\left\{3\left[\xi-\frac{(x-y)^2}{2}\right]+x^2-y^2\right\}$$

$$\left\{3x^2\xi+3y^2\xi-\frac{3(x^4+y^4)}{2}-9x^2y^2 + x^4 - y^4\right\}$$

$$\cancel{x^4\left(3-\frac32+1\right)+y^4\left(3-\frac32-1\right)}$$

$$3x^2\xi + \cancel{3(y^2+z^2)\xi} - 3x^4 - \frac32(y^4+z^4) - 9x^2(y^2+z^2)$$

$$+3\xi^2$$

$$+2x^4-y^4-z^4$$

$$=\cancel{x^4(6-3+2)+(y^4+z^4)}\,?$$

$$=x^4(3+3-3+2)+(y^4+z^4)\left(3-\frac32-1\right)$$

$$+x^2(y^2+z^2)(\cancel{3+6-9})+\cdot \quad = 5x^4+\frac{y^4+z^4}{2}+6(y^2+z^2)$$

$$U=\varphi(\theta).V$$

$$p=\frac{\varphi(\theta)}{3}$$

$$\varphi\,dV+\frac{\varphi}{3}dV + V\,d\varphi = T\,dS = \frac43\varphi\,dV + V\,d\varphi$$

$$T\frac{\partial S}{\partial\varphi}=V$$

$$T\frac{\partial S}{\partial V}=\frac43\varphi$$

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{V}{T}\right)=\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac43\frac{\varphi}{T}\right)$$

$$\frac1T=\frac43\frac1T-\frac43\frac{\varphi}{T^2}\frac{\partial T}{\partial\varphi}$$

$$\frac{\varphi}{4}\frac{\partial T}{\partial \varphi}=T$$

$$\frac{dT}{T}=\frac{d\varphi}{4\varphi}$$

$$\varphi = T^4$$

$$\sum_{1,2,9,10} r = 4\left(1+\frac{\delta}{2}\right) + \frac{1+\frac{\delta}{2}}{\sqrt{2}}(x_1+x_2-x_9-x_{10}) + \frac{1-\frac{\delta}{2}}{\sqrt{2}}(y_2+y_9-y_1-y_{10}) + \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\sum\left[(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2\right]$$

$$-\frac{1+\frac{\delta}{2}}{4}\sum(x-x_1)^2 - \frac{1-\frac{3\delta}{2}}{4}\sum(y-y_1)^2 + \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\Big[x(y_2+y_{10}-y_1-y_9)+y(x_2+x_{10}-x_1-x_9) + x_1y_1+x_9y_9-x_2y_2-x_{10}y_{10}\Big]$$

$$\sum_{3,4,11,12} r = 4\left(1+\frac{\delta}{2}\right) + \frac{1+\frac{\delta}{2}}{\sqrt{2}}(x_3+x_4-x_{11}-x_{12}) + \frac{1-\frac{\delta}{2}}{\sqrt{2}}(z_4+z_{12}-z_3-z_{11}) + \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\sum\left[(x-x_3)^2+(y-y_3)^2+(z-z_3)^2\right]$$

$$-\frac{1+\frac{\delta}{2}}{4}\sum(x-x_3)^2 - \frac{1-\frac{3\delta}{2}}{4}\sum(z-z_3)^2 + \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\Big[x(z_4+z_{11}-z_3-z_{12})+z(x_4+x_{11}-x_3-x_{12}) + x_3z_3+x_{12}z_{12}-x_4z_4-x_{11}z_{11}\Big]$$

$$\sum_{5,7,6,8} r = 4 + \frac{1}{\sqrt{2}}(y_6+y_8-y_5-y_7) + \frac{1}{\sqrt{2}}(z_5+z_6-z_7-z_8) + \frac{1}{2}\sum\left[(x-x_5)^2+(y-y_5)^2+(z-z_5)^2\right]$$

$$-\frac{1}{4}\sum(y-y_5)^2 - \frac{1}{4}\sum(z-z_5)^2 + \frac{1}{2}\Big[y(z_6+z_7-z_5-z_8)+z(y_6+y_7-y_5-y_8) + y_5z_5+y_8z_8-y_6z_6-y_7z_7\Big]$$

$$\sum_{1-12} r = 12+4\delta + \frac{1+\frac{\delta}{2}}{\sqrt{2}}(x_1+x_2+x_3+x_4-x_9-x_{10}-x_{11}-x_{12}) + \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}(y_2+y_9-y_1-y_{10}+z_4+z_{12}-z_3-z_{11})$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2}}(y_6+y_8-y_5-y_7+z_5+z_6-z_7-z_8)$$

$$\frac{1+\frac{\delta}{2}}{2}8(x^2+y^2+z^2) + 12(x^2+y^2+z^2) + \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\sum_{x,y,z}(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_9^2+x_{10}^2+x_{11}^2+x_{12}^2)$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{x,y,z}(x_5^2+x_7^2+x_6^2+x_8^2)$$

$$+\left(1-\frac{\delta}{2}\right)\Big[x(x_1+x_2+x_9+x_{10}$$

$$\left(r\,^{4}_{6}\right) = 1+\frac{\delta}{2} - \frac{x_6-x_4}{\sqrt{2}}\left(1+\frac{\delta}{2}\right) + \frac{y_6-y_4}{\sqrt{2}}\left(1-\frac{\delta}{2}\right) + \frac{\left[(x_6-x_4)^2+(y_6-y_4)^2+(z_6-z_4)^2\right]\left(1-\frac{\delta}{2}\right)}{2}$$

$$-\frac{1+\frac{\delta}{2}}{4}(x_6-x_4)^2 - \frac{1-\frac{3\delta}{2}}{4}(y_6-y_4)^2 + \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\Big[(x_6-x_4)(y_6-y_4)\Big]$$

$$\left(r\,^{4}_{5}\right) = 1+\frac{\delta}{2} - \frac{x_5-x_4}{\sqrt{2}}\left(1+\frac{\delta}{2}\right) + \frac{y_4-y_5}{\sqrt{2}}\left(1-\frac{\delta}{2}\right) + \frac{\left[(x_5-x_4)^2 + \dots\right.}{2} \quad \text{---}$$

$$-\frac{1+\frac{\delta}{2}}{4}(x_5-x_4)^2 - \frac{1-\frac{3\delta}{2}}{4}(y_5-y_4)^2 + \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\Big[(x_5-x_4)(y_4-y_5)\Big]$$

$$\left(r\,^{6}_{12}\right) = 1+\frac{\delta}{2} - \frac{x_{12}-x_6}{\sqrt{2}}\left(1+\frac{\delta}{2}\right) + \frac{y_6-y_{12}}{\sqrt{2}}\left(1-\frac{\delta}{2}\right) + \dots$$

$$-\frac{1+\frac{\delta}{2}}{4}(x_6-x_{12})^2 - \frac{1-\frac{3\delta}{2}}{4}(y_6-y_{12})^2 + \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\Big[(x_{12}-x_6)(y_6-y_{12})\Big]$$

$$\left(r\,^{5}_{12}\right) = 1+\frac{\delta}{2} - \frac{(x_{12}-x_5)\left(1+\frac{\delta}{2}\right)}{\sqrt{2}} + \frac{(y_{12}-y_5)}{\sqrt{2}}\left(1-\frac{\delta}{2}\right) + -$$

$$\text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \frac{\left(1-\frac{\delta}{2}\right)}{2}\Big[(x_{12}-x_5)(y_{12}-y_5)\Big]$$

$$\sum r = 4\left(1+\frac{\delta}{2}\right) - 2\,\frac{1+\frac{\delta}{2}}{\sqrt{2}}(x_{12}-x_4) + 2\left(\frac{1-\frac{\delta}{2}}{\sqrt{2}}\right)(y_6-y_5) + \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\sum_{x,y,z}\sum_{\substack{6,4\\5,4\\6,12\\5,12}}(x_6-x_4)^2 - \frac{1+\frac{\delta}{2}}{4}\sum_{\substack{6,4\\5,4\\6,12\\5,12}}(x_6-x_4)^2 - \frac{1-\frac{3\delta}{2}}{4}\sum(y_6-y_4)^2$$

$$+\frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\Big[(x_6-x_4)(y_6-y_4)+(x_5-x_4)(y_4-y_5)+(x_{12}-x_6)(y_6-y_{12})+(x_{12}-x_5)(y_{12}-y_5)\Big]$$

$$\sideset{^{1-12}_{\frac{1}{2}(13-36)}}{}\sum r^2 = 24+16\delta+(1+\delta)2\sqrt{2}\left[x_1+x_2+x_3+x_4-x_9-x_{10}-x_{11}-x_{12}\right]$$

$$+2\sqrt{2}\left[y_2+y_9+y_6+y_8-y_1-y_{10}-y_5-y_7\right]$$

$$+2\sqrt{2}\left[z_4+z_5+z_6+z_{12}-z_3-z_7-z_8-z_{11}\right)$$

$$+12(x^2+y^2+z^2)-2\Big(x\sum_{12}x+y\sum_{12}y+z\sum_{12}z\Big)+3\sum_{12}(x^2+y^2+z^2)-$$

$$-\sum\begin{pmatrix}x_4x_5+x_4x_6+x_6x_{12}+x_5x_{12}+x_3x_8+x_3x_7+x_{11}x_8+x_{11}x_7\\ +x_2x_6+x_2x_8+x_9x_6+x_9x_8+x_1x_5+x_1x_7+x_{10}x_5+x_{10}x_7\\ +x_2x_4+x_2x_3+x_1x_4+x_1x_3+x_9x_{12}+x_9x_{11}+x_{10}x_{12}+x_{10}x_{11}\end{pmatrix}$$

$$\sum r = 24+8\delta+\frac{2+\delta}{\sqrt{2}}(x_1+x_2+x_3+x_4-x_9-x_{10}-x_{11}-x_{12})+\frac{2-\frac{\delta}{2}}{\sqrt{2}}(y_2+y_9+y_6+y_8-y_1-y_{10}-y_5-y_7)$$

$$+\frac{2-\frac{\delta}{2}}{\sqrt{2}}(z_4+z_{12}+z_6+z_5-z_3-z_{11}-z_8-z_7)+\frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\Big[x(y_2+y_{10}-y_1-y_9+z_4+z_{11}-z_3-z_{12})+$$

$$+y(x_2+x_{10}-x_1-x_9)\cancel{+z_6+z_7-z_5-z_8})+z(x_4+x_{11}-x_3-x_{12})\cancel{+y_6+y_7-y_5-y_8})\Big]+$$

$$+\frac{1}{2}\Big[y(z_6+z_7-z_5-z_8)+z(y_6+y_7-y_5-y_8)\Big]+$$

$$+\frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\Big[x_1y_1+x_9y_9-x_2y_2-x_{10}y_{10}+x_3z_3+x_{12}z_{12}-x_4z_4-x_{11}z_{11}\Big]+\frac{1}{2}\Big[y_5z_5+y_8z_8-y_6z_6-y_7z_7\Big]$$

$$+(4-3\delta)x^2+\Big(4-\frac{\delta}{2}\Big)(y^2+z^2)-2x\left\{\frac{\left(1-\frac{3\delta}{2}\right)}{4}\Big[x_1+x_2+x_9+x_{10}+x_3+x_4+x_{11}+x_{12}\Big]+\frac{1}{2}\Big[x_5+x_7+x_6+x_8\Big]\right\}$$

$$-2y\left\{\frac{\left(1+\frac{\delta}{2}\right)}{4}\Big[y_2+y_9+y_1+y_{10}\Big]+\frac{\left(1-\frac{\delta}{2}\right)}{2}\Big[y_3+y_4+y_{11}+y_{12}\Big]+\frac{1}{4}\Big[y_5+y_7+y_6+y_8\Big]\right\}$$

$$-2z\left\{\frac{\left(1-\frac{\delta}{2}\right)}{2}\Big[z_1+z_2+z_9+z_{10}\Big]+\frac{1}{4}\Big[z_5+z_7+z_6+z_8\Big]+\frac{\left(1+\frac{\delta}{2}\right)}{4}\Big[z_3+z_4+z_{11}+z_{12}\Big]\right\}$$

$$+\frac{\left(1-\frac{3\delta}{2}\right)}{4}\Big[x_1^2+x_2^2+x_9^2+x_{10}^2+x_3^2+x_4^2+x_{11}^2+x_{12}^2\Big]+\frac{1}{2}\Big[x_5^2+x_7^2+x_6^2+x_8^2\Big]+$$

$$+\frac{\left(1+\frac{\delta}{2}\right)}{4}\Big[y_2^2+y_9^2+y_1^2+y_{10}^2\Big]+\frac{\left(1-\frac{\delta}{2}\right)}{2}\Big[y_3^2+y_4^2+y_{11}^2+y_{12}^2\Big]+\frac{1}{4}\Big[y_5^2+y_7^2+y_6^2+y_8^2\Big]$$

$$+\frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\Big[z_1^2+z_2^2+z_9^2+z_{10}^2\Big]+\frac{1}{4}\Big[z_5^2+z_7^2+z_6^2+z_8^2\Big]+\frac{1+\frac{\delta}{2}}{4}\Big[z_3^2+z_4^2+z_{11}^2+z_{12}^2\Big]$$

$$(8)\ \Sigma_{r\perp z} = 8\left(1+\tfrac{\delta}{2}\right) - \frac{2\left(1+\frac{\delta}{2}\right)}{\sqrt{2}}\left(x_{12}+x_{11}-x_4-x_3\right) + \frac{2\left(1-\frac{\delta}{2}\right)}{\sqrt{2}}\left(y_6+y_8-y_5-y_7\right) +$$

$$+ \cancel{\frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\sum_{x}} + \sum_{\substack{6,4 \quad 8,3\\ 5,4 \quad 7,3\\ 6,12 \quad 8,11\\ 5,12 \quad 7,11}} \left\{ \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2} \sum_{\substack{x\\y\\z}} (x_6-x_4)^2 - \frac{1+\frac{\delta}{2}}{4}(x_6-x_4)^2 - \frac{1-\frac{3\delta}{2}}{4}(y_6-y_4)^2 \right\}$$

$$+ \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\Big[(x_6-x_4)(y_6-y_4) + (x_5-x_4)(y_4-y_5) + (x_{12}-x_6)(y_6-y_{12}) + (x_{12}-x_5)(y_{12}-y_5)$$
$$+ (x_8-x_3)(y_8-y_3) + (x_7-x_3)(y_3-y_7) + (x_{11}-x_8)(y_8-y_{11}) + (x_{11}-x_7)(y_{11}-y_7)\Big]$$

$$(8)\ \Sigma_{r\perp y} = 8\left(1+\tfrac{\delta}{2}\right) - \frac{2\left(1+\frac{\delta}{2}\right)}{\sqrt{2}}\left(x_9+x_{10}-x_1-x_2\right) + \frac{2\left(1-\frac{\delta}{2}\right)}{\sqrt{2}}\left(z_6+z_5-z_8-z_7\right)$$

$$+ \sum_{\substack{6,2 \quad 8,1\\ 2,8 \quad 1,7\\ 8,9 \quad 7,10\\ 9,6 \quad 10,5}} \left\{ \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2} \sum_{\substack{x\\y\\z}} (x_6-x_2)^2 - \frac{1+\frac{\delta}{2}}{4}(x_6-x_2)^2 - \frac{1-\frac{3\delta}{2}}{4}(z_6-z_2)^2 \right\}$$

$$+ \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\Big[(x_6-x_2)(z_6-z_2) + (x_2-x_8)(z_2-z_8) + (x_9-x_6)(z_6-z_9) + (x_9-x_8)(z_9-z_8)$$
$$+ (x_5-x_1)(z_5-z_1) + (x_7-x_1)(z_1-z_7) + (x_{10}-x_5)(z_5-z_{10}) + (x_{10}-x_7)(z_{10}-z_7)\Big]$$

$$(8)\ \Sigma_{r\perp x} = 8 \quad - \frac{2}{\sqrt{2}}\left(y_1+y_{10}-y_2-y_9\right) + \frac{2}{\sqrt{2}}\left(z_4+z_{12}-z_3-z_{11}\right)$$

$$+ \sum_{\substack{4,2 \quad 12,9\\ 2,3 \quad 9,11\\ 3,1 \quad 11,10\\ 1,4 \quad 10,12}} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{\substack{x\\y\\z}} (x_4-x_2)^2 - \frac{1}{4}(y_4-y_2)^2 - \frac{1}{4}(z_4-z_2)^2 \right\}$$

$$\Sigma r = 24 + 8\delta + 2\,\frac{1+\frac{\delta}{2}}{\sqrt{2}}\left(x_1+x_2+x_3+x_4-x_9-x_{10}-x_{11}-x_{12}\right) + \frac{2-\frac{\delta}{2}}{\sqrt{2}}\left(y_2+y_9+y_6+y_8-y_1-y_{10}-y_5-y_7\right)$$

$$+ \frac{2-\frac{\delta}{2}}{\sqrt{2}}\left(z_4+z_{12}+z_6+z_5-z_3-z_{11}-z_8-z_7\right) + \cancel{\frac{1}{\sqrt{2}}\left(y_6+y_8+y_2+y_9-y_5-y_7-y_1-y_{10}\right)}$$

$$\cancel{+\frac{1}{\sqrt{2}}\left(z_5+z_6+z_4+z_{12}-z_7-z_8-z_3-z_{11}\right)+}$$

$$+ \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\Big[x\left(y_2+y_{10}-y_1-y_9+z_4+z_{11}-z_3-z_{12}\right) + y\left(x_2+x_{10}-x_1-x_9+z_6+z_7-z_5-z_8\right)$$
$$+ z\left(x_4+x_{11}-x_3-x_{12}+y_6+y_7-y_5-y_8\right)\Big]$$

$$-\frac{\delta}{4}+\frac{7\delta}{8}$$

$$+ \frac{1-\frac{3\delta}{2}}{4}\sum_{\substack{k=1,2,9,10\\3,4,11,12}}(x-x_k)^2 + \frac{1}{2}\sum_{k=5,7,6,8}(x-x_k)^2 + \frac{1+\frac{\delta}{2}}{4}\sum_{k=1,2,9,10}(y-y_k)^2 + \frac{1}{4}\sum_{k=5,7,6,8}(y-y_k)^2 + \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\sum_{3,4,11,12}(y-y_k)^2$$

$$+ \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\sum_{k=1,2,9,10}(z-z_k)^2 + \frac{1}{4}\sum_{k=5,7,6,8}(z-z_k)^2 + \frac{1+\frac{\delta}{2}}{4}\sum_{k=3,4,11,12}(z-z_k)^2$$

$$+ \frac{1-\frac{\delta}{2}}{2}\left[x_1y_1+x_9y_9-x_2y_2-x_{10}y_{10}+x_3z_3+x_{12}z_{12}-x_4z_4-x_{11}z_{11}\right] + \frac{1}{2}\left[y_5z_5+y_8z_8-y_6z_6-y_7z_7\right]$$

$$r_a^2 = 1+\delta - (1+\delta)(x-x_a)\sqrt{2} + (y-y_a)\sqrt{2} + (x-x_a)^2 + (y-y_a)^2 + (z-z_a)^2$$

$$r_b^2 = 1+\delta - (1+\delta)(x-x_b)\sqrt{2} - (y-y_b)\sqrt{2} +$$

$$r_i^2 = 1+\delta + (1+\delta)(x-x_i)\sqrt{2} - (y-y_i)\sqrt{2} + \ldots$$

$$r_k^2 = 1+\delta + (1+\delta)(x-x_k)\sqrt{2} + (y-y_k)\sqrt{2} + \ldots$$

$$\sum_{abik} r^2 = 4(1+\delta) + (1+\delta)\sqrt{2}\,(x_a+x_b-x_i-x_k) + \sqrt{2}\,(y_b+y_i-y_a-y_k) + 4(x^2+y^2+z^2)$$
$$-2x\,(x_a+x_b+x_i+x_k) - 2y\,(y_a+y_b+y_i+y_k) - 2z\,(z_a+z_b+z_i+z_k) +$$
$$x_a^2+x_b^2+x_i^2+x_k^2 + y_a^2+y_b^2+y_i^2+y_k^2 + z_a^2+z_b^2+z_i^2+z_k^2$$

$$\sum_{1-12} r^2 = 12+8\delta + (1+\delta)\sqrt{2}\,[x_1+x_2+x_3+x_4-x_9-x_{10}-x_{11}-x_{12}]$$
$$+\sqrt{2}\,[y_2+y_9+y_6+y_8-y_1-y_{10}-y_5-y_7]$$
$$+\sqrt{2}\,[z_4+z_5+z_6+z_{12}-z_3-z_7-z_8-z_{11}]$$
$$+12(x^2+y^2+z^2) - 2(x\,\Sigma x + y\,\Sigma y + z\,\Sigma z) + \Sigma x^2 + \Sigma y^2 + \Sigma z^2$$

$$(r^4_6)^2 = \left[\frac{(1+\delta)\sqrt{2}}{2} + x_4 - x_6\right]^2 + \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + y_6 - y_4\right]^2 + (z_4-z_6)^2$$
$$= 1+\delta + \sqrt{2}\,(1+\delta)(x_4-x_6) + \sqrt{2}\,(y_6-y_4) + (x_4-x_6)^2 + (y_4-y_6)^2 + (z_4-z_6)^2$$

$$(r^4_5)^2 = 1+\delta + \sqrt{2}\,(1+\delta)(x_4-x_5) + \sqrt{2}\,(y_4-y_5) + (x_4-x_5)^2 + (y_4-y_5)^2 + (z_4-z_5)^2$$

$$(r^6_{12})^2 = 1+\delta + \sqrt{2}\,(1+\delta)(x_6-x_{12}) + \sqrt{2}\,(y_6-y_{12}) + (x_6-x_{12})^2 + (y_6-y_{12})^2 + (z_6-z_{12})^2$$

$$(r^5_{12})^2 = 1+\delta + \sqrt{2}\,(1+\delta)(x_5-x_{12}) + \sqrt{2}\,(y_{12}-y_5) + (x_5-x_{12})^2 + (y_5-y_{12})^2 + (z_5-z_{12})^2$$

$$\sum_4 (r_{\perp z})^2 = 4(1+\delta) + 2\sqrt{2}\,(1+\delta)(x_4-x_{12}) + 2\sqrt{2}\,(y_6-y_5) + 2\sum_{xyz}[x_4^2+x_5^2+x_6^2+x_{12}^2 - x_4x_5 - x_4x_6 - x_6x_{12} - x_5x_{12}]$$

$$\sum_{(8)} (r_{\perp z})^2 = 8(1+\delta) + 2\sqrt{2}\,(1+\delta)(x_4+x_3-x_{11}-x_{12}) + 2\sqrt{2}\,(y_6+y_8-y_5-y_7)$$
$$+2\sum_{\substack{xyz\\ 45612\\ 37118}} x^2 \quad -2\sum_{xyz}(x_4x_5 + x_4x_6 + x_6x_{12} + x_5x_{12} + x_3x_8 + x_3x_7 + x_{11}x_8 + x_{11}x_7)$$

$$(r^2_6)^2 = \left(\frac{1+\delta}{\sqrt{2}} + x_2 - x_6\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + z_6 - z_2\right)^2 + (y_6-y_2)^2$$

$$\sum_{(8)} (r\perp y)^2 = 8(1+\delta) + 2\sqrt{2}\,(1+\delta)(x_2 + x_1 - x_9 - x_{10})$$
$$+2\sqrt{2}\,(z_5+z_6-z_7-z_8)$$
$$+2\sum_{xyz} x^2 - 2\sum_{xyz}(x_2x_6 + x_2x_8 + x_9x_6 + x_9x_8 + x_1x_5 + x_1x_7 + x_{10}x_8 + x_{10}x_7)$$

$$(r^2_4)^2 = (x_2-x_4)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + y_2 - y_4\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + z_4 - z_2\right)^2$$

$$\sum_{(8)} (z\perp z)^2 = 8 + 2\sqrt{2}\,(y_2+y_9-y_1-y_{10}) + 2\sqrt{2}\,(z_4+z_{12}-z_3-z_{11})$$
$$+2\sum_{xyz} x^2 - 2\sum_{xyz}(x_4x_2 + x_2x_3 + x_4x_1 + x_1x_3 + x_{12}x_9 + x_9x_{11} + x_{10}x_{12} + x_{10}x_{11})$$

cable lost in 1865

1866 within ¼ mile found place

2100 fathoms

Kelvin hydrodyn. 1880

Stability of laminar motion 1887 II

Maximum wave velocity (capillarity) 1871
Stability

Gravitational oscill. of liquid mass 1863

On Vibr. of electric sphere 1882

Stationary waves in flowing water 1886
1887

Ships waves 1887

Deep water ship waves 1905

Tidal Wave 1871

On an alleged error in Laplace Th. of Tides 1875

Notes on Oscill. of .... Tides 1875

Gravitational oscill. of rotating water 1879

On Forces exp. by solids immersed in liquid 1870

On motion of rigid solids in liquid 1873

Vibrations of columnar vortex 1880

Helmholtz 1858
Theory of vortex atoms 1867

Simple proof of Helmholtz on Vortex motion 1869

Generalized ward. 1867

Against surfaces of discontin. 1894

On Vis viva of liquids in motion 1849

Notes on Hydrodyn. 1848

Initiation of deep sea waves 1906

Fourier etc
Conduction of Heat.   1841 ||
1842 ||
1843 |||
1844 ||

1847 |

Elektrostatik etc   1843
1845 ||||
1846 ||
induced Magnetism   1846   in crystals 1850 || 1851
etc   1847 ||||
848 |||
1850
1852 ||

Absolute Units 1851

Hydrodyn 1848, 1849

Absol. Thermometrische scale 1848

(Influenced by Joule 1847 Oxford)
Carnot's th of the motive power of heat 1849

Equilibrium of vapour at curved liquid surface 1870

Lowering of freezing point by pressure 1850

Alteration of temp. by pressure of fluid 1857

Dynamical Th of Heat 1851, 1853

Fluids in Motion Joule & Th 1852

Thermoelectr. 1851, 1854 Thomson Effect etc., Dieu el Le Roux 1867

Dissipation 1852

Experim. Res. in Thermo electr. 1854

Convective equilibrium of atmosphere 1862

Thomson Regel: Joule 1841
Helmholtz 1847
Thomson 1851
Clausius 1857
G Salvertson

Helmholtz 1882

There cannot be a greater mistake than that of looking superciliously upon practical applications of science. The life & soul of science is its practical application
in physical science
many of the greatest advances that have been made from the beginning of the world to the present time have been made in the earnest desire to turn the knowledge of the properties of matter to some purpose useful to mankind Pop L I p. 86

Absolute Units Gauss–Weber–Kohlrausch 1852 1856

~~Thom~~ Th.: began 1851 advocating obtained in 1861 the appointment of BA Committee on Electr. Standards

Eng^e & Germ 2% Internat Congr 1881 Paris endgültig 616

Metrical system I p 312!

II p. 547
Electromagn. Th teaches us nothing of the actual motions of matter constituting a magnetic wave

rifle volunteer = + 456

Gradient [illegible] [illegible], 18[illegible], [illegible]

[illegible] 1860, 18[illegible] [illegible]

Thomson [illegible] 1862 [illegible]

[illegible] 18[illegible]

[illegible] → [illegible]

[illegible]

[illegible] 1870 ?

[illegible] 1881

[illegible]

[illegible] 188[illegible]

[illegible]

[illegible] 1851

[illegible] 1855

[illegible] 1860

[illegible]

) [illegible] 1856

Thomson 1869

1901: [illegible]

[illegible]

Reprint of Papers on Elektrostatik

Nature 71 $\overset{1905}{72}$ $\overbrace{73 \quad 74}^{1906}$ $\overset{1907}{75}$

$$c_v = 6.812 - \frac{N}{J}\frac{\partial \overline{F}_4}{\partial \theta}$$

Electrol. 1853

~~Electron~~ Repetition 1855 |||

Effects of Strain on thermoelects 1855 etc. ||
1856

Effects of Stress on magnetization 1875* ||
1878||

Mechanical Energies of Solar System 1854

Elasticity & Heat (Encyclop.) 1878

1854: Sun by meteors, later adopted Helmholtz 1862 1868
by gravity. time

Reduction of Underground temper. 1860
1869

Age of Sun's Heat 1862

Secular Cooling of Earth 1862

Rigidity of Earth 1862, 1876
etc.

Elastic spheroidal shells 1863
review of physical evidence on earth 1876
Internal condition of earth 1878

Tidal Retardation of Earth's Rot. 1866

Thermodynam. accel. of Earth's Rot. 1882

Size of atoms (~~est~~) 1870 1883, ~~1889~~ First used 1862, 64

Molecular Constitution of matter 1889
(Bravais etc)

Gyrostatic constitution of ether 1889, 1890,
etc.

Elasticity viewed as possibly a mode of motion 1881

Fourier's Heat and Signalling thr. Cables 1856

Electric Telegraph 1855 ||
1856 ||
1859 |

Velocity of El. 1860 ||
1861 |

Forces Laying Cables 1865

Signalling. 1873

Obser. 1856 with use of mirror galvan.
first used in 1858 Atlantic cable
during its few weeks of life
and next in 1866 on the finally
successful Atl. cables of 1865, 1866
From that time til now, all except
what is done by siphon recorder {1867– (1870) Siphon (1870)
which is used now for – more
than 2–300 miles

Experimental trip Biscay May 1858
Difficulty laid by Atl. Tel. Co. from
Valencia to Newfoundland (1670 miles) 1858
failure, electric faults

1865 laid 1200 miles broken
(had been present on Great Eastern)

1670 1800
1336
3000 km

Capillarity 1886

Sumner's method 1871
influence of straits of Dover on tides 1875
Tides 1882
Harmonic analyser 1876, 1878, 1882
Tide predicter 1876
Convective equilib. atmosph. 1865

Dyn. th. of heat 1852–56
Thermal effects of air 1852 1853–62

Atmosph. electr. 1860

Vortex atoms 1867

Compass 1874 1879 1881
Deep sounding by piano wire 1872 1874
New Sounding Machine 1882

Adjustable deflector for correcting errors of compass 1878
Standard Comp. adopt. by Admiralty 1889 Abroad 1872
Rate of clock as chronometer 1867
New astronomical clock 1869
Logarithmic characteristics 1881

Declension Fest case 1892
Kin. th. of matter 1884, 1889, 1885,

Vortex theory of luminif. ether 1887
Constit. gyrostat &c — 1889

Stability of fluid motion 1891
1886
1887

Ship waves 1887

Elasticity of crystals Boscovich 1893

Homog. div. of space 1894

Balances 1888

Experimental dem. of the effect of pressure in lowering freez. point of water 1850

Measurem. of elec. force produced by Dan. battery 1860

Diff. of pot. req. to produce spark 1860

Meas. of elect. resist. 1862

II p. 383
Yacht Lalla Rookh a small sailing schooner of 126 tons 1877
Medicine 1874
Medicine 1883
Hooper cable Para cable 1873

J J Thomson Vortex motion Adams prize 1882
Vibr. of vortex rings
Motion & action of 2 vortex rings 1884 London 1881

Electrific. of air (Salt) Bunsen 1895, 1898

Sellmeier's th. of lines D, D_2 — (1899)

Dyn. th. of refract. dispersion 1898

Age of Earth Phil. Mag. 1899 !

Silvanus Thompson Philips 1851
technical Coll. London

J J Th. 1857.
1884 Cavend. Prof.

1 : 7

Thomson James sen. 1786 Ballynahinch Down Co Irland
1814 Lehrer an d. Roy. Belfast Acad. Inst.
+ 1849 Glasgow
1832 ~~Mitglied d. RSE~~ Prof d. Math. in Glasgow Univ.

Tho J. 1822 Belfast 1857 Prof civil engineering Belfast, dann
+ 1892 Glasgow Prof mechanics Glasgow Univ

Tho Sir Will. 1824 26/6 Belfast Smith's Preis 1845 second wrangler first: Parkinson
student Univ. 1834 stud. in Glasgow & Cambr. et a. gleich in Paris
1846 Prof d Phys an d Univ Glasgow; Sir seit 1866; 1851 Mitglied d. L R S.
entfernt 1899 . 1877 Paris. Akad.

Nature London 14 (1876)

G Vapereau Diction. univ. des Contemporains 5 ed. Paris 1880 6 ed. 1893

Sketch of elem. dynamics Edinb 1863 44 p.

Treatise — Oxford 1867 (2 ed).

Reprint of pap on electrost & magn London 1872

Navigation 1875

Elem of nat phil. 1873 (2 ed.) James Watt 1901

Tafeln Sumner .

Elast & Heat Edinb 1880 Encyclop. Brit

Math phys pap 2 vol L 1841 – 1845 Former, electric. static. Magn ind.
Thermoelectricity
1855 submar. teleg. ... 1864, 1866,
1854, 1857
Tides: 1878, 1875

Earth 1864 Doctrine of uniformity refuted 1866 Theory of ... 1871
Age of sun's heat 1862 1863 Internal fluidity 1872 Internal cond. of earth 1882
Tidal retard. of earth's rot. 1866 Underground temp 1878
Rigidity of earth 1863

11 ~~$\frac{\delta v}{}\cdot dp - \frac{\Phi}{T}\,dT$~~

$$\Phi' = M_1'\frac{\partial\phi'}{\partial M_1'} + M_2'\frac{\partial\phi'}{\partial M_2'}$$

$$\cancel{\frac{\partial\phi}{\partial M_1'}} = \cancel{\frac{\partial\phi'}{\partial M_1'}} + M_1'\frac{\partial^2\phi'}{\partial M_1'^2} + M_2'\frac{\partial^2\phi'}{\partial M_1'\partial M_2'}$$

$$M_1'\frac{\partial^2\varphi'}{\partial M_1'\partial M_2'} = \varphi'$$

$$\frac{\partial^2\varphi'}{\partial M_1'^2} = -\frac{M_2'}{M_1'^2}\varphi'$$

$$\frac{\partial^2\varphi'}{\partial M_2'^2} = -\frac{\varphi'}{M_2'}$$

$$M_1''\frac{\partial^2\phi''}{\partial M_1''\partial M_2''} = \varphi''$$

a). $\delta M_1' = -\delta M_1''$ $\qquad \delta M_2' = \delta M_2'' = 0$ $\qquad c' = \frac{M_2'}{M_1'}$ $\quad c'' = \frac{M_2''}{M_1''}$

$$\frac{\delta v}{}dp - \frac{Q_a}{T}\,dT - \delta M_1''(\varphi'\,dc' - \varphi''\,dc'') = 0$$

$$r_a = \frac{Q_a}{\delta M_1''} \qquad \sigma_a = \frac{\delta_a v}{\delta M_1''}$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{a).}\quad \frac{r_a}{T}\,dT - \sigma_a\,dp = \varphi'\,dc' + \varphi''\,dc'' \\ &\text{b).}\quad \frac{r_b}{T}\,dT - \sigma_b\,dp = -\varphi'\frac{dc'}{c'} + \varphi''\frac{dc''}{c''} \end{aligned}\right\}$$

$$dp = \frac{(r_a + c''r_b)\,dT + \left(1 - \frac{c''}{c'}\right)T\varphi'\,dc'}{(\sigma_a + c''\sigma_b)\,T}$$

$$-dc'' = \frac{\left(\frac{1}{\sigma_a} + \frac{1}{c'\sigma_b}\right)\varphi'\,dc' + \left(\frac{r_a}{\sigma_a} - \frac{r_b}{\sigma_b}\right)\frac{dT}{T}}{\left(\frac{1}{\sigma_a} + \frac{1}{c''\sigma_b}\right)\varphi''}$$

δ zmiana z mas ale nie z p, T

d z p, T a wskutek tego także M

$\Phi = U - TS + pv$

$\frac{\partial\Phi}{\partial T} = \frac{\partial U}{\partial T} - S - T\frac{\partial S}{\partial T} + p\frac{\partial v}{\partial T}$

$\delta\Phi = 0$

$\delta(\Phi + d\Phi) = 0$

$$d\Phi = \underbrace{\frac{\partial\Phi}{\partial p}}_{v} dp + \underbrace{\frac{\partial\Phi}{\partial T}}_{=-S} dT + \Sigma \frac{\partial\Phi'}{\partial M_1'} dM_1' + \frac{\partial\Phi}{\partial M_2'} \partial M_1'$$

$$\delta v\, dp - \delta S\, dT + \Sigma \delta\frac{\partial\Phi'}{\partial M_1'} dM_1' \ldots = 0$$

$$\underbrace{\cancel{\delta U + p\,\delta v}}_{\frac{Q}{T}}$$

W razie jednego składnika w dwóch fazach

T niech zmienia

$$\delta v\, dp - \frac{\varphi}{T} dT + \cancel{\delta\frac{\partial\Phi'}{\partial M'} dM'} + \cancel{\delta\frac{\partial\Phi''}{\partial M''} dM''} = 0$$

$\varphi = r\, \delta M''$

$\delta v = (v'' - v')\,\delta M''$ $\qquad r = T\frac{dp}{dT}(v'' - v')$

---

dwa składniki

$$\delta \frac{\partial\Phi'}{\partial M_1'} = \frac{\partial^2\Phi'}{\partial M_1'^2}\delta M_1' + \frac{\partial^2\Phi'}{\partial M_1'\partial M_2'}\delta M_2'$$

$$\delta \frac{\partial\Phi'}{\partial M_2'} = \frac{\partial^2\Phi'}{\partial M_1'\partial M_2'}\delta M_1' + \frac{\partial^2\Phi'}{\partial M_2'^2}\delta M_2'$$

Wahadło z oporem

Wahadło sferyczne

Moment wzgl. punktu O

$mg\sin\varphi \; \cancel{\quad} = mg\frac{r}{a} = m \cancel{\quad}$

~~[illegible]~~

przybliżeniu jak siła sprężysta

ruch eliptyczny

Ale jak dla większych kątów φ?

Zachowanie energii mechan. i stałość prędkości polowej względem osi Z

$$\left(a\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \left(a\sin\varphi\frac{d\psi}{dt}\right)^2 - 2g\cos\varphi = const$$

$$(a\sin\varphi)^2\frac{d\psi}{dt} = c$$

dla małych φ:

$$\left(a\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \left(a\varphi\frac{d\psi}{dt}\right)^2 - 2g\left(1-\frac{\varphi^2}{2}\right) = const$$

stawiając $a\varphi = r$

To samo co przy harmonicznym ruchu sprężystym

$$\left\{\begin{aligned} &\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(r\frac{d\psi}{dt}\right)^2 = const + 2g - g\frac{r^2}{a^2} \\ &r^2\frac{d\psi}{dt} = c \end{aligned}\right.$$

Także tak: $m\frac{d^2x}{dt^2} = -S\frac{x}{a}$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = +mg - S\frac{y}{a}$$

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = -S\frac{z}{a}$$

$$m\frac{v^2}{2} = mgy - \frac{S}{a}\int \cancel{\frac{x\,dx + y\,dy + z\,dz}{dt}}_{=0}$$

$$m\left(z\frac{dx}{dt} - x\frac{dz}{dt}\right) = const$$

Także stawiając z góry $y = a$, $\frac{d^2y}{dt^2} = 0$, $S = mg$

Wahadło Blackburna

Figury Lissajous

[illegible] Teil.

$x = a \sin\varphi$

$y = a \cos\varphi$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -S \sin\varphi = -S\frac{x}{a} \quad\Big\|\quad y$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = mg - S\cos\varphi = mg - S\frac{y}{a} \quad\Big\|\quad x$$

$$m\left(y\frac{d^2x}{dt^2} - x\frac{d^2y}{dt^2}\right) = mg\,x \quad\Big\|\quad m\left(x\frac{d^2x}{dt^2} + y\frac{d^2y}{dt^2}\right) = mg\,y - S$$

[illegible]!

$$S = mg\,y - m\left(+ a^2\left(\underbrace{\cancel{[illegible]}}_{\cos 2\varphi\,=\,1-}\right)\right) \quad \varphi$$

$\varphi = A \sin \alpha t$

$$mg\cos\varphi + m\frac{A^2\alpha^2 \sin^2\alpha t}{a}$$

Verf. gab an der Hand einer allgemeinen Formel der statistischen Mechanik eine systematische Übersicht über diejenigen experimentell untersuchten erkennbaren Phänomene, welche darauf beruhen, dass ein jedes solches System kleine automatische ~~molekularen~~ Schwankungen ~~eines molekularen Systems~~ um den Zustand termodynamischen Gleichgewichts herum ausführen muss.

Hiezu gehören insbesondere die Brown'sche Molekularbewegung suspendierter Teilchen in Flüssigkeit und Gas, die Verteilung von Emulsionsteilchen im Gravitationsfeld, die von Svedberg untersuchten Unregelmässigkeiten der Verteilung von Teilchen kolloidaler Lösungen, die Opalescenz-Erscheinungen in Gasen und Gemischen in der Nähe des kritischen Zustandes, das Blau des Himmels, gewisse an Emulsionen und Dispersionen beobachtete magnetooptische Erscheinungen, u. dergl.

Gleichzeitig machte er auf einige weitere noch näher zu untersuchende Fragen dieser Art aufmerksam und wies schliesslich auf die neueste Messungen von Fabry & Buisson über die Breite von Spektrallinien hin, welche eine direkte Bestätigung d. Maxwell'schen Gesetzes bilden.

Alle diese Erscheinungen entscheiden den Kampf zwischen Thermodynamik und kinetischer Theorie zu Gunsten der letzteren; es folgt also, dass der zweite Hauptsatz in der von Clausius, Thomson u. A. angewandten Form nicht richtig ist, da in mikroskopischen Raum-Verhältnissen fortwährend ihm widersprechende Prozesse vor sich gehen, und es scheint dasselbe auch in grösserem Massstabe stattfinden muss. Trotzdem meint der Verfasser nachweisen, dass die Construktion eines dauernd Arbeit liefernden Perpetuum mobile zweiter Art aus prinzipiellen Gründen unmöglich ist, und dass die in letzten Jahren aufgetauchten Vorschläge dieser Art prinzipielle Fehler enthalten. Er glaubt also dass sich der zweite Hauptsatz in modifizierter Form aufrecht erhalten lässt, wenn man seine Gültigkeit auf unbegrenzt dauernde Prozesse einschränkt.

Ebenso kann man bei einem gerechten Glücksspiel mit etwas Glück einen jeden beliebigen Betrag gewinnen, aber ein solches Spiel kann doch keine dauernde Erwerbsquelle bilden.

$$\frac{\alpha}{a-\xi^2} + \frac{\beta}{k_1+k_2\xi} = \frac{\alpha(k_1+k_2\xi)+\beta(a-\xi^2)}{(a-\xi^2)(k_1+k_2\xi)} \qquad k_1\alpha = \beta$$

$$k_1^2 - k_2^2\xi^2 + a - \xi^2$$

$$= \beta(k_1 - k_2\xi)$$

$$\frac{1}{k_2^2}\left[\frac{k_1-k_2\xi}{a-\xi^2}\right] + \frac{\quad}{k_1+k_2\xi}$$

$$= \frac{\frac{k_1}{k_2^2} - \frac{\xi}{k_2}}{a-\xi^2} - \frac{1}{k_1+k_2\xi} = \frac{\frac{k_1}{k_2^2} - \cancel{\xi^2} - a + \cancel{\xi}}{(a-\xi^2)(k_1+k_2\xi)}$$

$$= \left(\frac{k_1}{k_2^2} - a\right) \ldots$$

$$\frac{1}{(a-\xi^2)(k_1+k_2\xi)} = \frac{k_2^2}{\frac{k_1^2}{\quad} - a k_2^2}\left\{\frac{1}{k_2^2}\;\frac{k_1-k_2\xi}{a-\xi^2} - \frac{1}{k_1+k_2\xi}\right\}$$

$$\frac{k_1^2 - \cancel{k_2^2\xi^2} + a k_2^2 + \cancel{k_2^2\xi^2}}{k_2^2(a-\xi^2)(k_1+k_2\xi)}$$

$$= \frac{k_1-k_2\xi}{(k_1^2-ak_2^2)(a-\xi^2)} - \frac{k_2^2}{(k_1^2-ak_2^2)(k_1+k_2\xi)}$$

$$x = \xi^2$$

$$\int\frac{dx}{(a-x)(k_1+k_2\sqrt{x})} = \frac{1}{k_1^2-ak_2^2}\underbrace{\int\frac{k_1\xi-k_2\xi^2}{a-\xi^2}\,d\xi}_{J_1} - \frac{k_2^2}{k_1^2-ak_2^2}\int\frac{\xi\,d\xi}{k_1+k_2\xi}$$

$$\cancel{k_2\left[\frac{k_2\xi-\ldots}{a-\xi^2}\right]} = \ldots\; n +$$

$$J_1 = k_1\int\frac{\xi}{a-\xi^2}\,d\xi = -\frac{k_1}{2}\log(a-\xi^2)$$

$$-k_2\int\frac{\xi^2}{a-\xi^2}\,d\xi = -k_2\int\left(\frac{a}{a-\xi^2}-1\right)d\xi = -k_2\left\{\frac{\sqrt{a}}{2}\log\frac{\sqrt{a}+\xi}{\sqrt{a}-\xi} - \xi\right\}$$

$$\int\frac{\xi\,d\xi}{k_1+k_2\xi} = \frac{1}{k_2}\int\left[1-\frac{k_1}{k_1+k_2\xi}\right]d\xi = \frac{\xi}{k_2} - \frac{k_1}{k_2^2}\log(k_1+k_2\xi)$$

$$\frac{-1}{k_1^2-ak_2^2}\left\{\frac{k_1}{2}\log(a-\xi^2) + k_2\frac{\sqrt{a}}{2}\log\frac{\sqrt{a}+\xi}{\sqrt{a}-\xi} - \cancel{\xi k_2}\right\} - \frac{k_2^2}{k_1^2-ak_2^2}\left[\frac{\xi}{k_2} - \frac{k_1}{k_2^2}\log(k_1+k_2\xi)\right]$$

$$= t + \text{const}$$

$$\frac{-1}{(k_1^2-ak_2^2)}\left\{\frac{-\xi k_1}{a-\xi^2} + k_2\frac{\sqrt{a}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{a}+\xi} - \frac{1}{\sqrt{a}-\xi}\right) - k_2\right\} - \underbrace{\frac{k_2^2}{k_1^2-ak_2^2}\left[\frac{1}{k_2} - \frac{k_1}{\cancel{k_2}}\;\frac{\cancel{k_2}}{k_1+k_2\xi}\right]}$$

$$+\frac{\cancel{k_2} \quad -k_2 a + k_2\xi^2}{a-\xi^2}$$

$$-\frac{1}{k_1^2-ak_2^2}\;\frac{k_2^2\xi}{k_1+k_2\xi}$$

$$-\frac{k_1}{2(k_1^2-ak_2^2)}\;\cancel{\frac{k_2\xi^2-2\xi}{a-\xi^2}}$$

$$-t = \frac{k_1}{k_1^2 - a k_2^2} \lg(k_1 + k_2\sqrt{x}) + \frac{1}{2(k_2\sqrt{a} - k_1)} \lg(\sqrt{a} + \sqrt{x}) - \frac{1}{2(k_2\sqrt{a} + k_1)} \lg(\sqrt{a} - \sqrt{x})$$

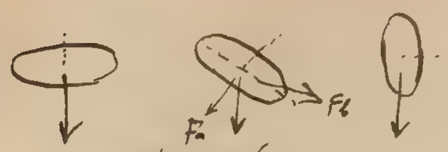
$$\frac{d^2x}{dt^2} = k_1 + k_2\sqrt{x} \; \cancel{+} \; \frac{1}{2}\frac{a k_2}{\sqrt{x}} = 0$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \cancel{\;} \; \frac{a}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} = \frac{a - 2x}{2\sqrt{x}}$$

~~dowolne~~ Elipsoidy w różnych orientacjach

Opór gdy oś symetrii pionowo = A
w kierunku osi

⊥ do kierunku osi = B



~~przeciętny opór~~ w pozycji pochyłej pod kątem θ:

$$F_a = A(U\cos\theta - V\sin\theta) \qquad F_a \sin\theta = +F_b\cos\theta$$

$$F_b = B(U\sin\theta + V\cos\theta) \qquad F_a\cos\theta + F_b\sin\theta = F$$

$$A(U\sin\theta\cos\theta - V\sin^2\theta) = B(U\sin\theta\cos\theta + V\cos^2\theta)$$

$$(A-B)\,U\sin\theta\cos\theta = (A\sin^2\theta + B\cos^2\theta)\,V$$

$$V = U\,\frac{(A-B)\sin\theta\cos\theta}{A\sin^2\theta + B\cos^2\theta}$$

$$F = U(A\cos^2\theta + B\sin^2\theta) + V(B-A)\sin\theta\cos\theta$$

$$= \cancel{U[A\sin^2\theta + B\cos^2\theta]}$$

$$= U\left\{[A\cos^2\theta + B\sin^2\theta] - \frac{(A-B)^2\sin^2\theta\cos^2\theta}{A\sin^2\theta + B\cos^2\theta}\right\}$$

$$\frac{F}{U} = \frac{[A + (B-A)\sin^2\theta][B + (A-B)\sin^2\theta] - (A-B)^2\sin^2\theta + (A-B)^2\sin^4\theta}{A\sin^2\theta + B\cos^2\theta}$$

$$= AB + \cancel{[B^2 - 2AB + A^2]\sin^2\theta - (A-B)^2\sin^2\theta}$$

$$= \frac{AB}{A\sin^2\theta + B\cos^2\theta}$$

$$U = F\left[\frac{1}{B}\sin^2\theta + \frac{1}{A}\cos^2\theta\right]$$

przeciętna prędkość: $\bar{U} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} U\sin\theta\,d\theta$

$$= F\left[\frac{1}{B}\underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^3\theta\,d\theta}_{\frac{2}{3}} + \frac{1}{A}\underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2\theta\sin\theta\,d\theta}_{\frac{1}{3}}\right] \qquad \frac{\cos^3\theta}{3}$$

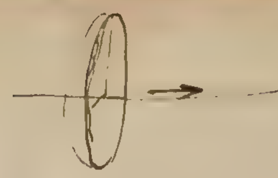
$$= F\left[\frac{2}{3B} + \frac{1}{3A}\right]$$

$$V = F\,\frac{(A-B)\sin\theta\cos\theta}{AB} = F\left(\frac{1}{B} - \frac{1}{A}\right)\sin\theta\cos\theta$$

$\frac{a}{b} = \beta$

$R = \frac{4}{3} \Big[$

Resistance of ellipsoid of revolution $= 6\pi\mu R U$



$$R = \frac{4}{3}\,\frac{1}{(\arccos\frac{a}{b})\,\frac{b^2-2a^2}{(b^2-a^2)^{3/2}} + \frac{a}{b^2-a^2}}$$

$$\arccos\frac{a}{b} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{\sqrt{b^2-a^2}}\right) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a}$$

$$\operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{x}\right)^3 - \frac{1}{5}\left(\frac{1}{x}\right)^5 + \frac{1}{7}\left(\frac{1}{x}\right)^7 + \dots$$

$$\arccos\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a} - \frac{1}{3}\left(\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a}\right)^5 - \dots$$

$$= \dots = \frac{\varepsilon b}{a} - \frac{1}{3}\left(\frac{\varepsilon b}{a}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{\varepsilon b}{a}\right)^5$$

$(1-x)^{-2} = 1 + 2x + 3x^2$

$(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 -$

$(1-x)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{x}{2} + \frac{3}{8}x^2$

$\cancel{b^2-a^2 = \dots}$ $\quad b^2 - a^2 = b^2\varepsilon^2 \qquad b^2 - 2a^2 = b^2(2\varepsilon^2 - 1)$

$a^2 = b^2(1-\varepsilon^2) \qquad \frac{a}{b^2-a^2} = \frac{b\sqrt{1-\varepsilon^2}}{b^2\varepsilon^2}$

$$R = \frac{4}{3}\,\frac{b}{\left[\frac{\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} - \frac{1}{3}\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}\right)^3 + \frac{1}{5} - \right]\frac{2\varepsilon^2-1}{\varepsilon^3} + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon^2}} = \frac{4}{3}\frac{b\,\varepsilon^2}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}\;\frac{1}{1-(1-2\varepsilon^2)\left[\frac{1}{1-\varepsilon^2} - \frac{1}{3}\frac{\varepsilon^2}{(1-\varepsilon^2)^2} + \frac{1}{5}\frac{\varepsilon^4}{(1-\varepsilon^2)^3}\right]}$$

$$= \frac{4}{3}\frac{b\,\varepsilon^2}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}\;\frac{1}{1-(1-2\varepsilon^2)\left[1+\varepsilon^2+\varepsilon^4+\varepsilon^6 - \frac{\varepsilon^2}{3}(1+2\varepsilon^2+3\varepsilon^4) + \frac{\varepsilon^4}{5}(1+3\varepsilon^2) - \frac{\varepsilon^6}{7}\right]}$$

$1 + \frac{1}{5} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$

$$\begin{aligned} &1 + \varepsilon^2 + \varepsilon^4 + \varepsilon^6 \\ &-\frac{\varepsilon^2}{3} - \frac{2}{3}\varepsilon^4 - \cancel{\varepsilon^6} \\ &\qquad + \frac{\varepsilon^4}{5} + \frac{3}{5} \\ &\qquad\qquad -\frac{1}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &1 + \frac{2}{3}\varepsilon^2 + \frac{8\varepsilon^4}{15} + \frac{16}{35}\varepsilon^6 \\ &-2 \quad - \frac{4}{3} \quad - \frac{16}{15} \\ \hline &\left(1 - \frac{4}{3}\varepsilon^2 - \frac{4}{5}\varepsilon^4 - \frac{64}{105}\varepsilon^6\right) \end{aligned}$$

$\frac{21-5}{35}$

$8 - 20 = -\frac{12}{15} = -\frac{4}{5}$

$\frac{1}{7} - \frac{1}{3} = -\frac{4}{21}\cdot\frac{16}{5}$

$\frac{1}{5}\left(\frac{9}{5} - \frac{16}{7}\right)$

$\frac{63-80}{5.35} = -\frac{17}{5.35}$

$$= \frac{4}{3}\frac{b}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}\left[\frac{4}{3} + \frac{4}{5}\varepsilon^2 + \frac{64}{105}\varepsilon^4\right]^{-1} = \frac{b}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}\underbrace{\left[1 + \frac{3}{5}\varepsilon^2 + \frac{16}{35}\varepsilon^4\right]^{-1}}$$

$$1 - \frac{3}{5}\varepsilon^2 - \frac{16}{35}\varepsilon^4 + \frac{9}{25}\varepsilon^4 \qquad = 1 - \frac{3\varepsilon^2}{5} - \frac{17}{5.35}\varepsilon^4 + \frac{\varepsilon^2}{2} + \frac{3}{8}\varepsilon^4$$

$$= b\left[1 - \frac{\varepsilon^2}{10} + \frac{389}{40.35}\varepsilon^4\right]$$

-136
$+525$
389

15.35
$\underline{\ \ 15}$
525

148
512
256

$a : b = 3 : 1$

$\varepsilon = \left(1 - \frac{1}{9}\right) = \frac{8}{9} \qquad \frac{a}{b} = \frac{1}{3} \qquad \frac{a}{b^2-a^2} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{8}{9}} = \frac{3}{8} \qquad \frac{b^2-2a^2}{(b^2-a^2)^{3/2}} = \frac{\left(1-\frac{2}{9}\right).27}{8^{3/2}} = \frac{21}{\sqrt{64.8}}$

$= \frac{21}{16\sqrt{2}}$

47712
9.52288

$\frac{70^\circ 53}{180}.\pi$

$\underset{\smile}{1231}$

$0.9031.\frac{3}{2}$
27093
1.35465

8484
$\underline{4971}$
3455
$\underline{-2553}$
0.0902
1.3222
$\cancel{1}$.4124
$\underline{-1.35465}$
0.05775

+ 1142
$\underline{+0.375}$
$\cancel{1.763}$
1.517

$\cancel{8848}$ 0021
$\underline{4771}$ 3619
3619 $\quad$ 2402

1810 $\quad$ 6021
$\underline{4771} \quad \underline{6581}$
6581 $\quad$ 09440

$\cancel{R = 1.734\,b}$ 7

1407.

0.1810
$\cancel{0.3220}$
1.5030
$\underline{-1.35465}$
$\cancel{0.14835}$

$\boxed{R = 0.879\ b}$

I $a = b$ $c = \frac{a}{3}$

$$R = \frac{4}{3}\,\frac{1}{\frac{2-\frac{4}{9}}{\left(\frac{8}{9}\right)^{3/2}}\arccos\frac{1}{3} + \frac{\frac{1}{3}}{\frac{8}{9}}} = \frac{4}{3}\,\frac{1}{\frac{17}{9}\,\frac{27 \cdot 3}{8\sqrt{8}}\arccos\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{3}{8}} = \frac{32}{9}\,\frac{1}{\frac{\cancel{4} \cdot 17}{\sqrt{8}}\arccos\frac{1}{3} + \cancel{1}}$$

$$\arccos\frac{1}{3} = 1.231$$

0.0902
1.2304
1.3206
− 45155
0.86905

7.3970
8.3970

~~0.2404~~
~~9542~~
~~1.1946~~

~~1.5054~~
~~1.1946~~

0.9241
9542
1.8783

1.5051
− 1.8783
.6268

$\boxed{R = 0.4235\,a}$

W razie $c = 0$:

$$R = \frac{4}{3\pi}$$

0.4971
4771
0.9742

6021
9742
.6279

$R = 0.424$

Czy stale się zmienia?

$$\frac{a^2 - c^2}{a^2} = \varepsilon^2 = 1 - \frac{c^2}{a^2}$$

$$c^2 = a^2[1 - \varepsilon^2]$$

$$2a^2 - c^2 = a^2(1 + \varepsilon^2)$$

kiedy $\frac{c}{a} = \beta$

$$R = \frac{4a}{3\left[\frac{(1+\varepsilon^2)}{\varepsilon^3}\arccos\sqrt{1-\varepsilon^2} + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon^2}\right]} = \frac{4a}{3}\,\frac{1}{\frac{2-\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}^{\,3}}\arccos\beta + \frac{\beta}{1-\beta^2}}$$

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\left[\quad\right] = \underbrace{-\frac{2-\beta^2}{\sqrt{(1-\beta^2)}^{\,3}}\,\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}}\;\underbrace{-\frac{2\beta}{\sqrt{1-\beta^2}^{\,3}}\arccos\beta + \frac{(2-\beta^2)\,3\beta}{(1-\beta^2)^{5/2}}\arccos\beta} + \frac{1}{1-\beta^2} + \frac{2\beta^2}{(1-\beta^2)^2}$$

$$= \cancel{\frac{-2+\beta^2+1-\beta^2}{(1-\beta^2)^2}}\;\frac{-1+2\beta^2}{(1-\beta^2)^2} + \underbrace{\frac{6\beta - 3\beta^3 - 2\beta + 2\beta^3}{(1-\beta^2)^{5/2}}}_{\frac{4\beta-\beta^3}{(1-\beta^2)^{5/2}}}\arccos\beta$$

$= 0$ dla:

$$-1 + 2\beta^2 + \left(\frac{4\beta - \beta^3}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)\arccos\beta = 0$$

$$-1 + 2\beta^2 + \frac{4-\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\,\beta\arccos\beta = 0$$

$$2\beta^2 + \frac{4-\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\,\beta\arccos\beta = 1$$

to da wartość minimalną $\frac{c}{a}$?

~~Odwrotne zadanie~~

W[illegible] [illegible] [illegible] tylko jak ruch dany

$x = ct$

$y = \frac{gt^2}{2}$ możliwe różne prawa działania sił których w tym specjalnym wypadku byłyby równoważne, ale w innych różne

chodzi o pole siły [fakt doświ. że zaszczególne siły dają się wyrazić jako $f(x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt})$] aby to poznać trzeba robić serię doświadczeń z zmiennemi warunkami początkowemi

(jak zawsze w fizyce warunki zmieniać)

równanie różniczkowe $\left.\frac{d^2x}{dt^2} \ldots\right\} = f(x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt})$ bez stałych $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$ $\beta_1 \beta_2 \beta_3$

Jeżeli ogólnie skonstatujemy


$$\left.\begin{aligned} x &= \alpha_1 + \beta_1 t \\ y &= \alpha_2 + \beta_2 t \mp \frac{gt^2}{2} \\ z &= \alpha_3 + \beta_3 t \end{aligned}\right\}$$
to wtedy podajemy możliwe prawo, które obejmuje wszystkie te krzywe (zatem nie zawierające $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \beta_1 \ldots$

jest $\frac{d^2y}{dt^2} = -g$

$Y = -mg$

Tak się poznaje pole siły.

Wymaga to szeregu doświadczeń

Odwrotne zadanie Poznawszy raz jakieś wyrażenie siły, zależnie możemy potem już z góry przewidzieć jakie wielkości one będą w pewnych warunkach

$X = f(\ldots \; x\, y \ldots) = m \frac{d^2x}{dt^2}$

$Y = \ldots \quad \ldots \quad = \ldots$

$Z = \ldots \quad = \ldots$

Jak rachować? ~~[illegible]~~ można napisać $m\frac{dx}{dt} = \int X dt$ przyrost pęd

$m\frac{dy}{dt} = \int \ldots$

$m\frac{dz}{dt} = \ldots$

ale to zwykle nie prowadzi do korzyści bo nie potrafimy obliczyć

~~[illegible]~~ praca $\int X dx + Y dy$ równa się $m \ldots = \sum \ldots ds = m \frac{v^2}{2} \ldots \;\; // \; U - U_0$

$$\dot r = \frac{\varepsilon c}{p}\sin\varphi$$

$$\dot\varphi = \frac{c}{r^2}$$

$$\dot r^2 + r^2\dot\varphi^2 = \frac{\varepsilon^2 c^2}{p^2}\sin^2\varphi + \frac{c^2}{r^2} = \frac{\varepsilon^2 c^2}{p^2}\left[1-\frac{1}{\varepsilon^2}\left(\frac{p}{r}-1\right)^2\right] + \frac{c^2}{r^2}$$

$$= \frac{\varepsilon^2 c^2}{p^2} - \cancel{\frac{c^2}{r^2}} + \frac{c^2}{p^2}\frac{2p}{r} - \ldots$$

druga definicja potencjału

a priori jeśli ukształtowana drogi ...) otrzymujemy identycznie $X = \frac{\partial U}{\partial x}$ etc.

więc wyprowadzamy wzór energii dośrodkowej

Siły centralne (posiadają potencjał) będące funkcją promienia wodzącego zawsze

$X = f(r)\frac{x}{r}$ $\quad \frac{\partial X}{\partial y} = - \ldots = \frac{\partial Y}{\partial x}$ $\quad = \alpha - \frac{\beta}{r}$

$Y = -$

np. grawitacja

Jeśli chodzi o siły potencjalne to w razie ruchu ~~punktu~~ o jednym stopniu swobody te ~~...~~ twierdzenia o zachowaniu; wystarcza do wyprowadzenia ruchu

To daje sposobność do rozwiązania wielu szczególnych przykładów gdzie chodzi o ruchy punktu nieswobodnego np.

<u>Wahadło</u>

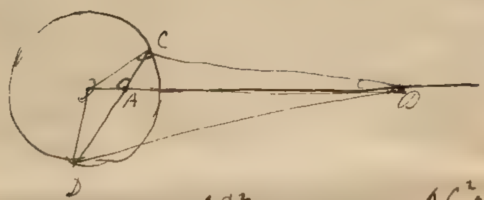
$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = a^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = gh\,(1-\cos\varphi)+\ldots = gh\,\frac{\varphi^2}{2}+\ldots$$

O jednym dla systemów punktów

Środek masy

momenty wychodzące

energia



$$\frac{AC^2}{CO^2}$$

$$AC^2 = OA \cdot AO$$

$$= \frac{OA}{CO} \qquad \frac{AC}{CO} = \frac{OA}{}$$

$$\frac{AC}{OC} = \frac{CO}{OO}$$

$$\frac{AC}{CB} = \frac{OC}{OB}$$

[illegible]

[illegible] 1783

[illegible]

[illegible] 1787 [illegible]

1785 Coulomb [illegible]

Cavendish

Faraday

1790

1800

1820 [illegible]

[illegible]

Ampère [illegible]

Faraday [illegible]

[illegible]

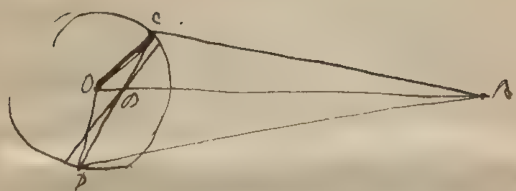
[illegible]

1846 [illegible]

Maxwell

[illegible]

[illegible]



$\frac{1}{\cos\theta} \cdot \frac{CD^2}{CA^2}$ $\qquad$ $\frac{1}{\cos\theta} \frac{DD^2}{DA^2}$

$CA : OA = CD : OC$

$\frac{CD}{CA} = = \frac{OC}{OA}$

$\frac{1}{\cos\theta}\left(\frac{OC}{OA}\right)^2 \cdot \cos\theta$

$OD : OC = OC : OA$

$OD = \frac{OP\ OC}{OA}$

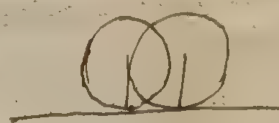
$CAO = \; = OCD$

1). ~~Udowodnić że punkt~~ Ruch po elipsie z jednostajną prędkością wyznaczoną względem środka elipsy

~~prędkości i siły~~ Znaleźć prawo działania siły (jako funkcję odległości)

Znaleźć potencjał tej siły i sprawdzić zasadę zachowania energji.

2). Ruch po cykloidzie



$y = a(1-\cos\alpha t)$

$x = a(\alpha t \mp \sin\alpha t)$

$\underline{X} = m a \alpha^2 \sin\alpha t$ jaka prędkość wypadkowa?

$Y = m a \alpha^2 \cos\alpha t$ gdzie kierunek przysp. i wartość

Ogólniej: $y = \cancel{b(1-\cos\alpha t)}\ \cancel{b - c\cos\alpha t} = a(1-\beta\cos\alpha t)$

$x = \cancel{ct - c\sin\alpha t} = a(\alpha t - \beta\sin\alpha t)$

$$r^2 = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\cos^2\varphi}{a^2} + \frac{\sin^2\varphi}{b^2}\right)}} =$$

$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}(r^2\dot\varphi)$

$2\dot r\dot\varphi + r\ddot\varphi$

$\ddot r\dot r = \sin\varphi\cos\varphi$

$\ddot y = + a\alpha^2\beta\cos\alpha t$

$\ddot x = a\alpha^2\beta\sin\alpha t$

$F = a\alpha^2\beta$

Jaka ogólnie krzywa pod siłą centralną stałą? Potem αr

$$\left.\begin{aligned} \ddot r - r\dot\varphi^2 &= \alpha \\ r^2\dot\varphi &= c \end{aligned}\right\}$$

$\dot r^2 + r^2\dot\varphi^2 = \alpha r$

$\dot r^2 + \frac{c^2}{r^2} = \alpha r$

$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\alpha r - \frac{c^2}{r^2}}$

$\frac{dr}{d\varphi} = \sqrt{\left(\alpha r - \frac{c^2}{r^2}\right)}\frac{r^2}{c}$

$\frac{r^2 dr}{c\sqrt{\left(\alpha r - \frac{c^2}{r^2}\right)}} = d\varphi$

$= \frac{r^2 dr}{\sqrt{\alpha r^3 - c^2}}$

$\frac{1}{r} = u$

$= -d\varphi$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{K}{Mgl}}$$

$$\frac{K_0 + \lambda^2 M}{M\lambda} = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g$$

$g = 980$

$$\lambda^2 - \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g\,\lambda = -\frac{K_0}{M}$$

$$\lambda = -\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2\frac{g}{2} \pm \sqrt{\left[\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2\frac{g}{2}\right]^2 - \frac{K_0}{M}}$$

$\int x^2 dx$

$2\,\frac{l^3}{8 \cdot 3}$ $\quad \frac{l^3}{12}$

$$K_0 = M\frac{l^2}{12} + \lambda^2 M$$

Jeżeli pręt sztywny, jaką długość [illegible] [illegible] jako wahadło sekundowe

odwrócić

Jaki okres?

Przyjmujemy tylko oś wahadła:
Pewne wahadło [illegible]
przy [illegible] $1/4$ [illegible] [illegible]
5° jaka różnica okresu przy [illegible] 2 kg?
Jakie uzgodnienia

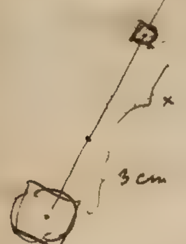
$$\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{M\frac{l^2}{12} + \lambda^2 M}{Mg\lambda}$$

$$\frac{\partial}{\partial\lambda} = -\frac{l^2}{12\lambda^2} + 1\Big|^{l-\lambda} = \frac{11}{12}$$

$-\cancel{\frac{l^2}{12\lambda^2}} + \cancel{2\lambda = 0}$

różnica energii [illegible] po [illegible]
w [illegible] = [illegible] [illegible]
[illegible]

zależna od



x

$3\,cm$

pręt bez masy

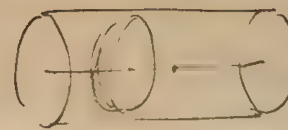
kostka $M = m = 8 : 1$

2 razy [illegible]

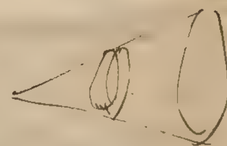
$1\,cm^3$ $\quad \frac{1}{8}\,cm^3$

$K =$

1). Siła na punkt osi walca o skończonej długości wypełn. masą



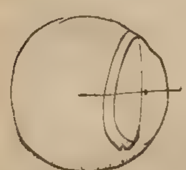
2). Siła na ~~wierzchołek~~ wierzchołek stożka masywnego



Ile wynosi poprawka na górę stożkowatą

stożek 30° wysokości 3000 m
gęstość ~~[illegible]~~ = ½ przeciętnej

3). Siła na punkt we wnętrzu kuli

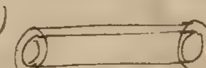


4). Potencjał powłoki obłożonej masą, jaka się podlega elipsoidy [illegible];
gęstość w stanie rozkładu równowagi

6). Energia kuli naładowanej nabojem Q
odtworzenie obrazku na powierzchni (bańka mydlana)

Ojemność kondensatora cylindrycznego (promień 1 cm)

5). Kondensator elektryczny składający się z rury szklanej



długości 1 m grubości ścian 1 mm zostaje naładowany do
potencjału 12 000 Volt (iskra 3 mm); jaka energia?
Jeśli rozżarzenie przez drucik platynowy ~~[illegible]~~ grubości 0.2 mm długości 2 cm
(Pt gęstość 21.5, ciepło właściwe 0.032) Jaka temperatura (1500°)

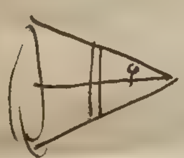
7). Jaki nabój na ~~[illegible]~~ całej powierzchni ziemi będzie $\frac{dV}{dn} = 300 \frac{\text{Volt}}{\text{m}}$

8). [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

$$\int_0^a \frac{2x\pi\,dx}{\sqrt{r^2+x^2}} = 2\pi\sqrt{r^2+x^2}\Big|_0^a = 2\pi\left(\sqrt{a^2+x^2}-x\right)$$

$$F = -2\pi\left(\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}-1\right)$$

$$-\int_0^b 2\pi\rho\,d\xi\left[\frac{\xi}{\sqrt{a^2+\xi^2}}-1\right] = -2\pi\rho\left(\sqrt{a^2+\xi^2}-\xi\Big|_0^b\right) = -2\pi\rho\left[\sqrt{a^2+b^2}-b-a\right]$$



$$-\int_0^b 2\pi\rho\,d\xi(\cos\varphi-1) = -2\pi\rho b(\cos\varphi-1)$$

$\cos\varphi = \frac{1}{2}$

$\pi\rho b = \frac{1}{2}$ wartości płaskiej

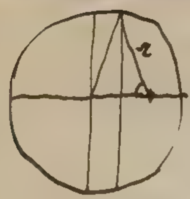
$$g + \frac{\pi\rho_0 b}{2}x \qquad \frac{4}{3}\pi a\rho_0 x = g$$

$$x = \frac{g}{\frac{4}{3}a\pi\rho_0}$$

$$g\left\{1+\frac{b}{2}\,\frac{1}{\frac{4}{3}a}\right\}$$

$$g\left\{1+\frac{3}{8}\,\frac{b}{a}\right\}$$

$$\frac{3}{8}\,\frac{3}{6360} = \frac{1}{5000}$$



$$\int_{-a}^{a} 2\pi\, d\xi \left[\frac{x-\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2+a^2-\xi^2}} - 1\right]$$

$$\frac{x-\xi}{\sqrt{x^2-2x\xi+a^2}}\, d\xi$$

$$\cancel{a^2 = x^2+a^2-2x\xi+(x-\xi)^2 -}$$

$$\frac{x-\xi}{\sqrt{x^2-2x\xi+a^2}} = \cos\varphi$$

$$(x-\xi)^2 = \left[(x-\xi)^2+a^2-\xi^2\right]\cos^2\varphi$$

$$(x-\xi)^2\sin^2\varphi + \xi^2\cos^2\varphi = a^2\cos^2\varphi$$

$$\xi^2 - 2x\xi\sin^2\varphi = a^2\cos^2\varphi - x^2\sin^2\varphi$$

$$\xi = x\sin^2\varphi \pm \sqrt{a^2 - \dots}$$

$$r\cos\varphi = x-\xi$$

$$\cancel{\cos\varphi = \frac{x-\xi}{r}} \qquad \cancel{r^2 = a^2+(x-\xi)^2-}$$

$$\cancel{2\pi\, d\xi\left(\frac{x-\xi}{r}-1\right)}$$

$$\int\frac{x-\xi}{\sqrt{x^2+a^2-2x\xi}}\,d\xi = -\sqrt{x^2+a^2-2x\xi} - \int\frac{\xi\, d\xi}{\sqrt{}}$$

$$\int\frac{\xi\, d\xi}{\sqrt{}} = -\frac{\xi}{x}\sqrt{x^2+a^2-2x\xi} + \frac{1}{x}\int\frac{x^2+a^2-2x\xi}{\sqrt{}}\,d\xi = -\frac{\xi}{x}\sqrt{x^2+a^2-2x\xi} - \frac{a^2+x^2}{x^2}\sqrt{\dots} - 2J$$

$$J = -\frac{1}{3}\left(\frac{\xi x+a^2+x^2}{x^2}\sqrt{a^2+x^2-2x\xi}\right) \qquad \frac{\partial J}{\partial\xi} = \sqrt{} - \frac{x\xi+a^2+x^2}{\sqrt{}}$$

$$\cancel{\frac{1}{x}\sqrt{a^2+x^2-2x\xi} - \frac{x\xi+x^2-2x^2}{x\sqrt{}}}$$

$$\sqrt{a^2+x^2-2x\xi}\left[\frac{x\xi+a^2-2x^2}{3x^2}\right]_{-a}^{\xi=a}$$

$$\sqrt{(a-x)^2}\,\frac{a^2+ax-2x^2}{3x^2} - \sqrt{(a+x)^2}\,\frac{a^2-ax-2x^2}{3x^2} = -\frac{2ax^2}{3x^2}$$

$$a^3 + a^2x - 2ax^2$$
$$-a^2x - ax^2 + 2x^3$$
$$-\{a^3 - a^2x - 2ax^2 + a^2x + ax^2 + 2x^3\}$$

$$F = \frac{4\pi a}{3} = \frac{\frac{4}{3}a^3\pi}{a^2}$$

Elektryczność i magn.

Najciekawsza i najtrudniejsza

najpiękniejsza różnorodność; elektryczność ...

strona przestrzenna rachunek wektorowy

brak zasady elektrycznego; pojęcie mechaniczne teorii podstaw

teorya potencyału

mechanika, ... grawitacya

to jest ... , że przecież dalszej precyzji mechaniki ... elektryczności i pojęć ... Wektory elektryczne

podstawy: $m\frac{d^2x}{dt^2} = X$

pojęcie siły $m\frac{d^2y}{dt^2} = Y$

$m\frac{d^2z}{dt^2} = Z$

$\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$

częściowo definicja ... ~~...~~ które ...

Newton Philos. nat. principia math. 1686

... ?

(o ile jednostajna!)

prędkość ... , ... przyspieszenie

prąd ... ~~...~~ ... i ...

I). definicja masy

pojęcie „przyspieszenia" ... i nasze zmienności

II). $m\frac{d^2s}{dt^2} = F$

z tej definicji (wynika) że siła jest wielkością kierunkową

~~...~~ działanie równe oddziaływaniu a przeciwnie

III). Każda siła ~~...~~ ~~...~~ działa niezależnie od innych ; zasada superpozycji lub ... lub

~~z tego wynika jest ... ...~~ $m\frac{d^2x}{dt^2} = X$

równanie różniczk. drugiego rzędu ~~...~~ ... że wszystkie $X\,Y\,Z$ zależą od ...

2). ~~...~~ $y = g\frac{t^2}{2}$ ... wszystkie ciała w próżni tak samo

~~...~~

masy ... ciężar ... sposób ...

$Y = mg$

najprostszy przykład. 1). ~~...~~ $x = ct$ ... $X = 0$

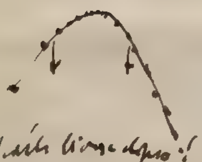
3). na odwrót ... ... - - -

...

Tu już widzimy przy każdym ruchu składową z stałą dowolną

z warunków początkowych

wrót 6



widzimy że przysp. nie na kierunku drogi!

siła kierunkowa!

można też rozkładać w kierunek drogi;

kierunek ⊥

Inne przykłady tego rodzaju

$\underline{X = -\alpha x}$ ‖ $X = a\cos t$ $\quad Y = b\cos t$

$X = \frac{\beta}{x^2}$

Własna wzór ruchu centralne

Przykład w wielkim stylu: ruch planet

$$\frac{d^2x}{dt^2} = F\frac{x}{r} \qquad y\frac{d^2x}{dt^2} - x\frac{d^2y}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = F\frac{y}{r} \qquad \underbrace{y\frac{dx}{dt} - x\frac{dy}{dt}}_{r\frac{d\varphi}{dt}} = 0$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = F\frac{z}{r}$$

$$F_x = X\cos\varphi + Y\sin\varphi \qquad X = m\frac{d^2}{dt^2}(r\cos\varphi)$$

$$F_\perp = -X\sin\varphi + Y\cos\varphi \qquad Y = \dots$$

$$\frac{dx}{dt} = v\cos\alpha \qquad \frac{d^2x}{dt^2} \dots$$

$$\frac{dy}{dt} = v\sin\alpha \qquad \frac{d^2y}{dt^2} \dots$$

Kepler skąd wiedział? ... teoretycznie

$$\frac{4m\pi^2 R}{T^2} : gm = \frac{1}{R_0^2} : \frac{1}{a^2}$$

$$\frac{1}{R_0^2} = \frac{4\pi^2 R}{aT^2}$$

$$g = \frac{4\pi^2}{aT^2}R^3$$

$$\frac{384446}{6356.5} = 60.5 \qquad \frac{2\pi}{T}\frac{R}{a}$$

$T = 27^d\,7^h\,43^m\,11.5^s$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{y_0^2} = \frac{b^2}{a^2}$$

$$p = \frac{b^2}{a}$$

27·24
54
108
648
7
655 · 60
39343 · 60
2360580 · 11.5

0.2010
0.4942
1.7818
2.5800
6.3730
0.2070 − 4
0.4140 − 8
10.5848
2.9988
= 997 cm
podczas gdy g na biegunie 983

$$\boxed{2\dot r\dot\varphi + r\ddot\varphi = w_n}$$

$$r = \frac{p}{1+\varepsilon\cos\varphi}$$

$$\dot r = + \frac{\varepsilon \sin\varphi\,\dot\varphi}{(1+\varepsilon\cos\varphi)^2}\cdot p = + \frac{\varepsilon r^2}{p}\dot\varphi \sin\varphi = + \frac{\varepsilon c}{p}\sin\varphi$$

$$\ddot r = + \frac{\varepsilon c}{p}\cos\varphi\,\dot\varphi = + \frac{\varepsilon c^2}{p}\frac{\cos\varphi}{r^2} =$$

$$\ddot r - r\dot\varphi^2 = + \frac{c^2}{p r^2}\left(\frac{p}{r} - 1\right) - \frac{c^2}{r^3} = - \frac{c^2}{p r^2}$$

mówiłbym również dobrze wyrazić $F_r = - \frac{c^2}{p^3}(1+\varepsilon\cos\varphi)^2$

Chodzi Wam o to że siły $X\ Y\ Z$ są zawsze funkcjami miejsca (lub pochodnych $\frac{dx}{dt}$ ...)

~~ale~~
Bezpośrednio otrzymuje się (przez różniczkowanie [jeśli ruch jest dany] wyrażeń) $X\ Y\ Z$ jako funkcje czasu t

więc potem dopiero przez eliminację otrzymujemy je jako funkcje $x\,y\,z$

ale tę eliminację można przeprowadzić w nieskończenie wielu sposobów np. $X = f_1(x) = \varphi_1(y) = f(x,y)$, $Y = f_2(x) = \psi(y)$, $Z = f_3(x) = \chi_3(y)$

Dla danego ruchu to obojętne ale nie dla innych ruchów z tymi samymi siłami a innemi warunkami początkowymi!

Położenia pomóc mi naoczniej jednego ruchu. Jak wszystko poznać?

Podobnie jest z ciałem rzuconym w kierunku X:

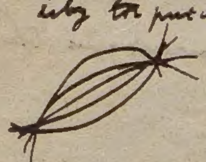
$x = \alpha t \qquad X = 0$

$y = -g\frac{t^2}{2} \qquad Y = -gm$

mógłbym również dobrze uważać: $X = \left(y + \frac{g}{2\alpha^2}x^2\right)m$, $Y = -\frac{g}{2\alpha^2}x^2 m$

to by nie były wcale siły potencyjalne!

D. ~~Ważny~~ Dobierając tak prędkości początkowe żeby tor przechodził przez dane 2 punkty



możliwe w ogóle wiele sposobów

$r^2\dot\varphi$

$2r$

$r\sin\varphi\,\dot\varphi + \dot r\cos\varphi$

$\ddot r\sin\varphi\,\dot\varphi + 2\dot r\sin\varphi\,\dot\varphi + r\ddot\varphi$

Może zaś żeby przez dwóch ów sił X Y Z nie zawierało żadnych wielkości związanych

z przyspieszeniem (dowolnemi) (danemi (tj. stałemi całkowania) odnośnie do punktu wyjścia i prędkości

początkowej. Czy wtedy już eliminacja jednoznaczna?

mamy $x = f_1(t, \alpha_1, \alpha_2)$ otrzymujemy $X = F_1(t) = F_1(x, y, z, \alpha_1 \alpha_2 \beta_1 \beta_2 \gamma_1 \gamma_2)$

$y = f_2(t, \beta_1, \beta_2)$ $\quad Y = F_2(t) =$

$z = f_3(t, \gamma_1, \gamma_2)$ $\quad Z = F_3(t) =$

o ile się dają przedstawić: $x = f_1(t) + \alpha_1 t + \alpha_2$

$y = f_2(t) + \beta_1 t + \beta_2$?

$z = f_3(t) + \gamma_1 t + \gamma_2$

$X = F_1(t)$

ale nawet już w najprostszym wypadku: ruchu planet nie dają się przedstawić w takiej formie wyraźnej!

W ogóle tylko w wyjątkowych razach taka eliminacja byłaby możliwa!

Ale właściwie:

$$\left.\begin{array}{l} \Phi_1(t, x, y, z, \alpha_1 \alpha_2 \beta_1 \beta_2 \gamma_1 \gamma_2) = 0 \\ \Phi_2(\qquad) = 0 \\ \Phi_3(\qquad) = 0 \end{array}\right\} \text{równania ruchu obserwowanego}$$

$$\left.\begin{array}{l} F_1(X, Y, Z, t, x, y, z \dots) = 0 \\ F_2(\qquad) = 0 \\ F_3(\qquad) = 0 \end{array}\right\} \text{równania wynikłe z różniczkowania dwukrotnego}$$

~~tylko w szczególnych razach [illegible] eliminacja [illegible] tych X~~

eliminując tedy wszystkie stałe całkowania musimy otrzymać całkiem jednoznacznie ~~zmiennej~~

system 3 równań różniczk. dających wzór $f\left(\frac{d^2x}{dt^2}, \dots \frac{dz}{dt} \dots\right) = 0$ nie zawierający już stałych a..

zatem istotnie przyjęcie warunku całkowicie wystarczy ~~[illegible]~~

eliminacja jednoznaczna

Czy zawsze da się wytworzyć równ. różn. ??